02

ALJABAR LINIER ELEMENTER I (MATA4112)

DETERMINAN

DETERMINAN BUKAN INVERS, APALAGI DISEBUT DISKRIMINAN

DETERMINAN VS INVERS

Misalkan diberikan matriks persegi ukuran 2×2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Determinannya adalah

Hasilnya Angka

Sedangkan inversnya adalah

Hasilnya Matriks

DETERMINAN VS INVERS

Misalkan diberikan matriks persegi ukuran 2×2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Determinannya adalah

Hasilnya Angka

Sedangkan inversnya adalah

Tidak ada Inversnya

DETERMINAN DENGAN METODE SARRUS

METODE SARRUS MATRIKS UKURAN 2×2

Misalkan diberikan matriks persegi ukuran 2×2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Determinannya adalah

METODE SARRUS MATRIKS UKURAN 3×3

Misalkan diberikan matriks persegi ukuran 3×3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

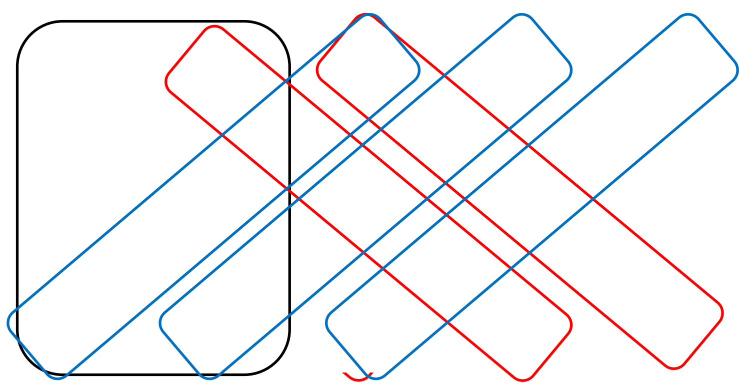
Determinannya adalah

METODE SARRUS MATRIKS UKURAN 3×3

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinannya adalah



METODE SARRUS MATRIKS UKURAN 3×3

(Lanjutan)

$$= 1.1.1 + 2.3.3 + 3.2.2 - 3.1.3 - 1.3.2 - 2.2.1$$
$$= 1 + 18 + 12 - 9 - 6 - 4$$
$$= 12$$

Jadi,

$$\mathrm{Det}(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 12$$

DETERMINAN
DENGAN
METODE KOFAKTOR

MINOR

Contoh 1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Contoh minornya adalah

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4$$

MINOR

Contoh 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Contoh minornya adalah

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -3$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = -3$$

KOFAKTOR

Contoh 1:

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} + & - \\ - & + \end{bmatrix}$$

Contoh kofaktornya adalah

$$C_{11} = +\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 \qquad C_{12} = -\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -3$$

$$C_{21} = -\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \qquad C_{22} = +\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -1$$

KOFAKTOR

Contoh 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$

Contoh kofaktornya adalah

$$C_{11} = + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -3$$

$$C_{13} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -(-6) = 6$$

DETERMINAN METODE KOFAKTOR

Contoh 1:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} + & - \\ - & + \end{bmatrix}$$

DETERMINAN METODE KOFAKTOR

Contoh 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$

DETERMINAN METODE KOFAKTOR

Contoh 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 8 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & + \\ - & + & - & - \end{bmatrix}$$

DETERMINAN
UNTUK
MATRIKS BENTUK KHUSUS

DETERMINAN MATRIKS KHUSUS

Contoh 1:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS KHUSUS

Contoh 2:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Contoh 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS KHUSUS

Contoh 4:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS KHUSUS

Contoh 5:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS KHUSUS

Contoh 5:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Contoh 6:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & 6 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 8 & 11 \end{bmatrix}$$

Contoh 7:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 8 & 11 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN DENGAN OBE

ATURAN

1. Menukarkan baris mengakibatkan determinannya harus dikalikan (-1)
2. Mengalikan baris dengan suatu bilangan k, maka determinannya harus dibagi dengan k
3. Menambahkan baris dengan kelipatan baris lainnya tidak mengubah determinan

DETERMINAN MENGGUNAKAN OBE

Contoh 1:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MENGGUNAKAN OBE

Contoh 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MENGGUNAKAN OBE

Contoh 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 8 & 11 \end{bmatrix}$$

APLIKASI DETERMINAN

1. MENENTUKAN INVERS

DETERMINAN UNTUK INVERS

Contoh 1:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK INVERS

Contoh 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

2. MENCARI SOLUSI SPL (ATURAN CRAMER)

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

Contoh 1:

Diberikan SPL

$$-x - 2y = -5$$
$$3x + 4y = 8$$

Maka matriksnya:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

(lanjutan)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

Contoh 1:

Diberikan SPL

$$x - 2y = -5$$
$$3x - 6y = 8$$

Maka matriksnya:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

Contoh 2:

Diberikan SPL

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 6 \\ 4x + 5y + 6z &= 15 \\ 7x + 8y + 9z &= 24 \end{aligned}$$

Maka matriksnya

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 15 \\ 7 & 8 & 9 & 24 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN UNTUK SOLUSI SPL

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 15 \\ 7 & 8 & 9 & 24 \end{bmatrix}$$