

ALJABAR LINIER ELEMENTER I (MATA4112)

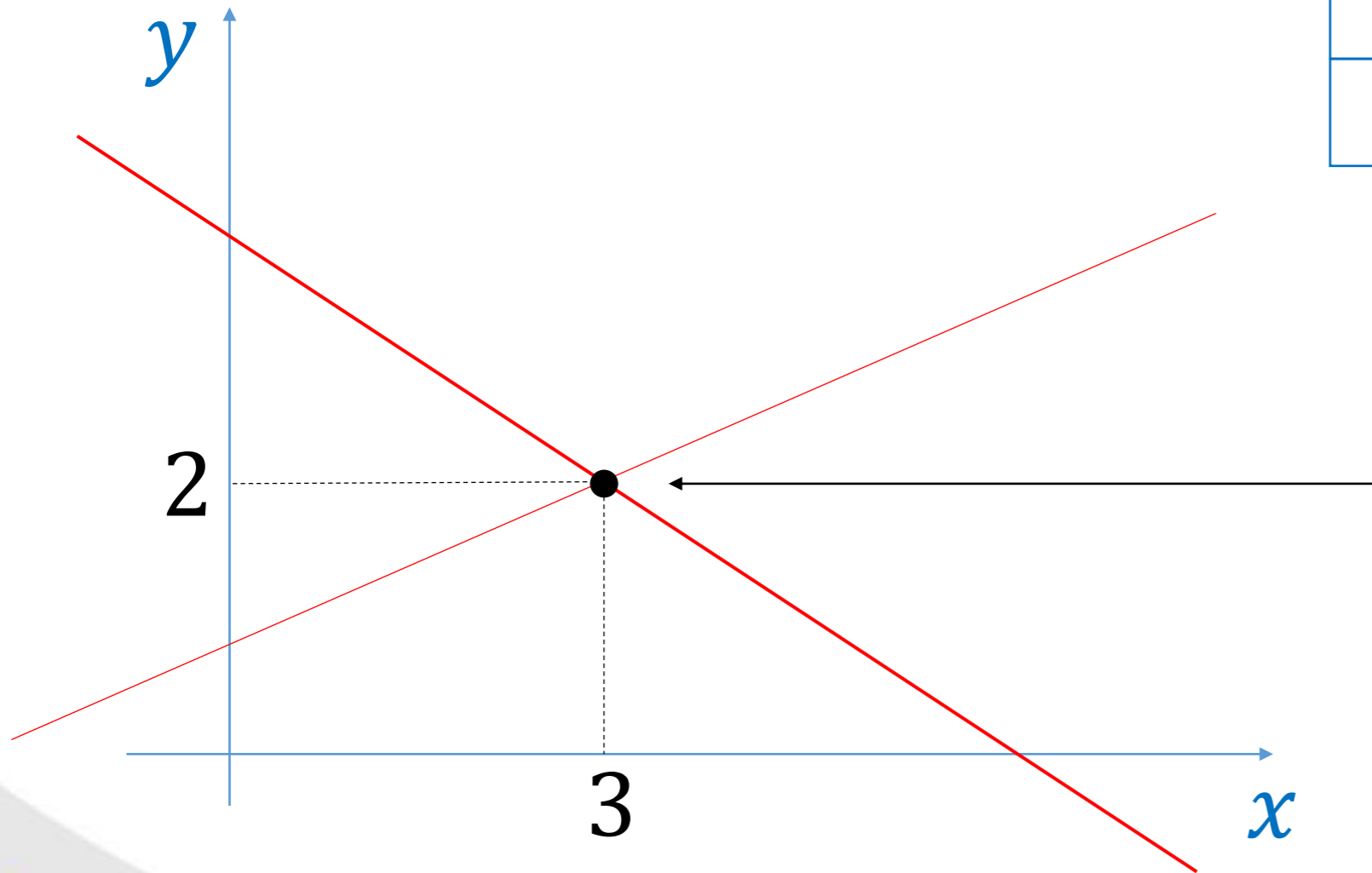
SISTEM PERSAMAAN LINIER



UNIVERSITAS TERBUKA

TIPE JAWAB SISTEM PERSAMAAN LINIER BERDASARKAN GRAFIK

1. Berpotongan



Diberikan SPL

$$2x + y = 8$$

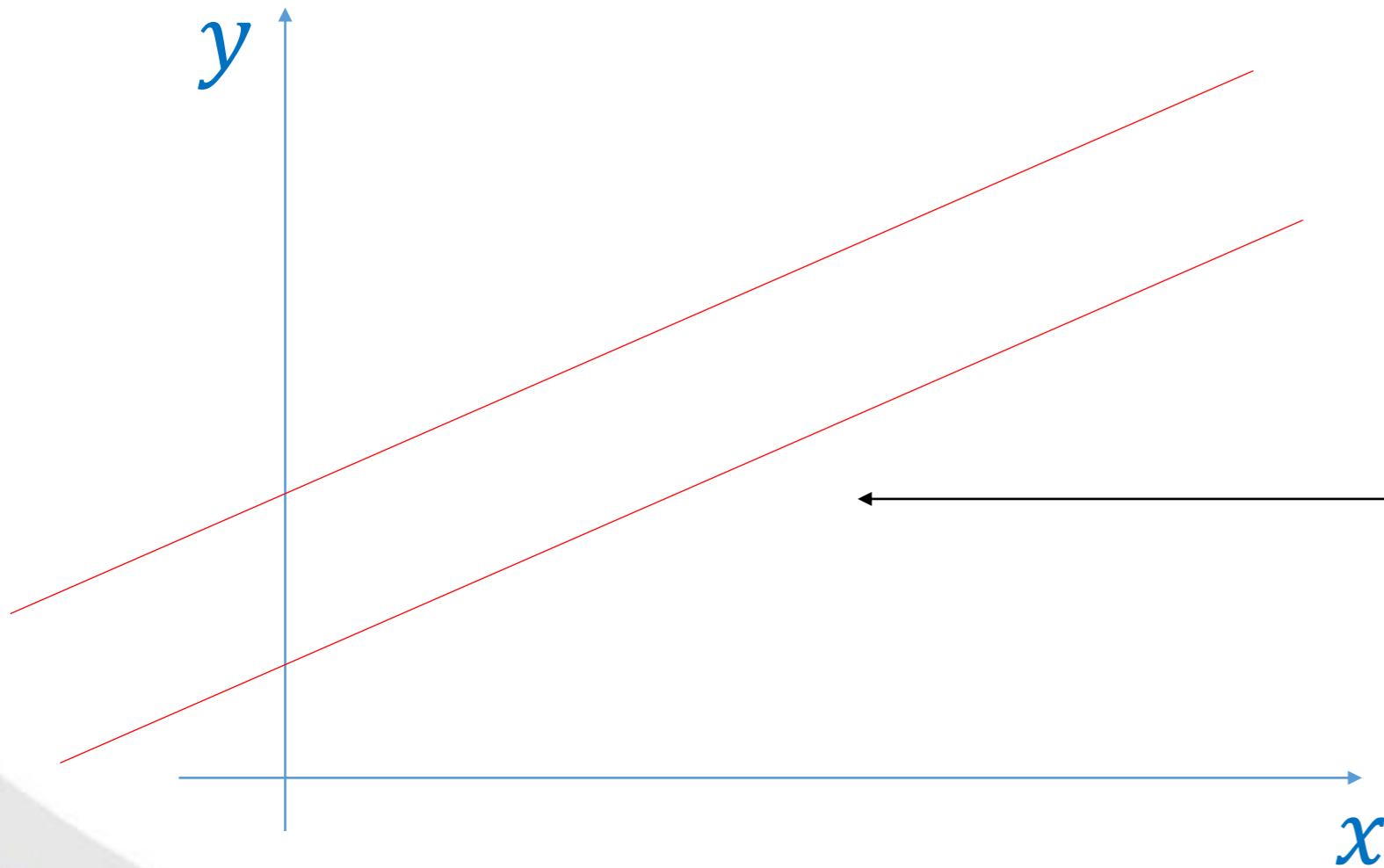
$$x - y = 1$$

Jawab Tunggal

$$x = 3$$

$$y = 2$$

1. Sejajar terpisah



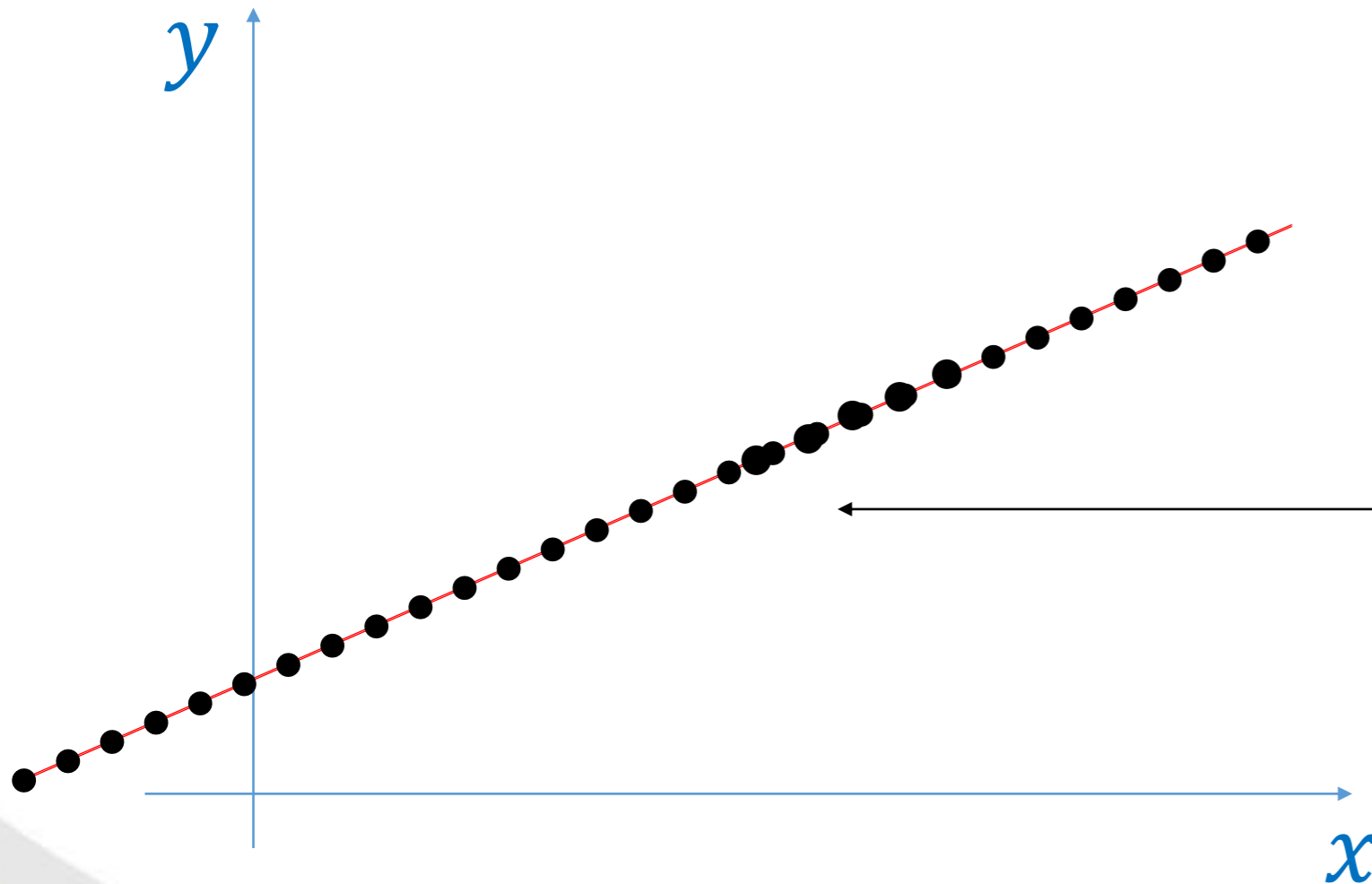
Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 9$$

Tidak ada Jawab
Karena tidak ada
Titik potong

1. Sejajar menumpuk



Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 12$$

Jawab ada Tak
terhingga banyaknya
Karena titik potong
ada di sepanjang garis

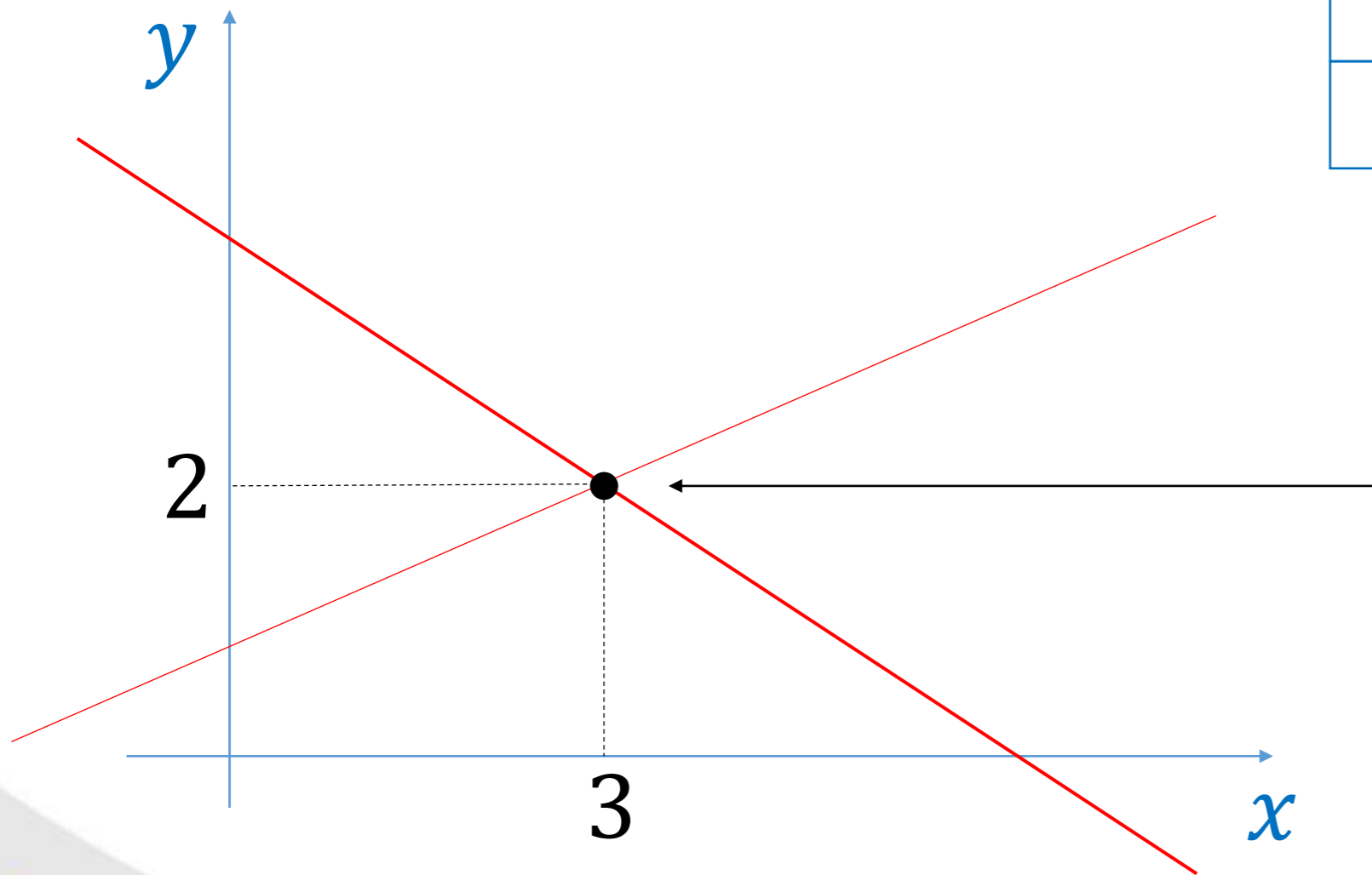
TIPE JAWAB SISTEM PERSAMAAN LINIER BERDASARKAN BENTUK PERSAMAAN

1. Berbeda-beda

Diberikan SPL

$$2x + y = 8$$

$$x - y = 1$$

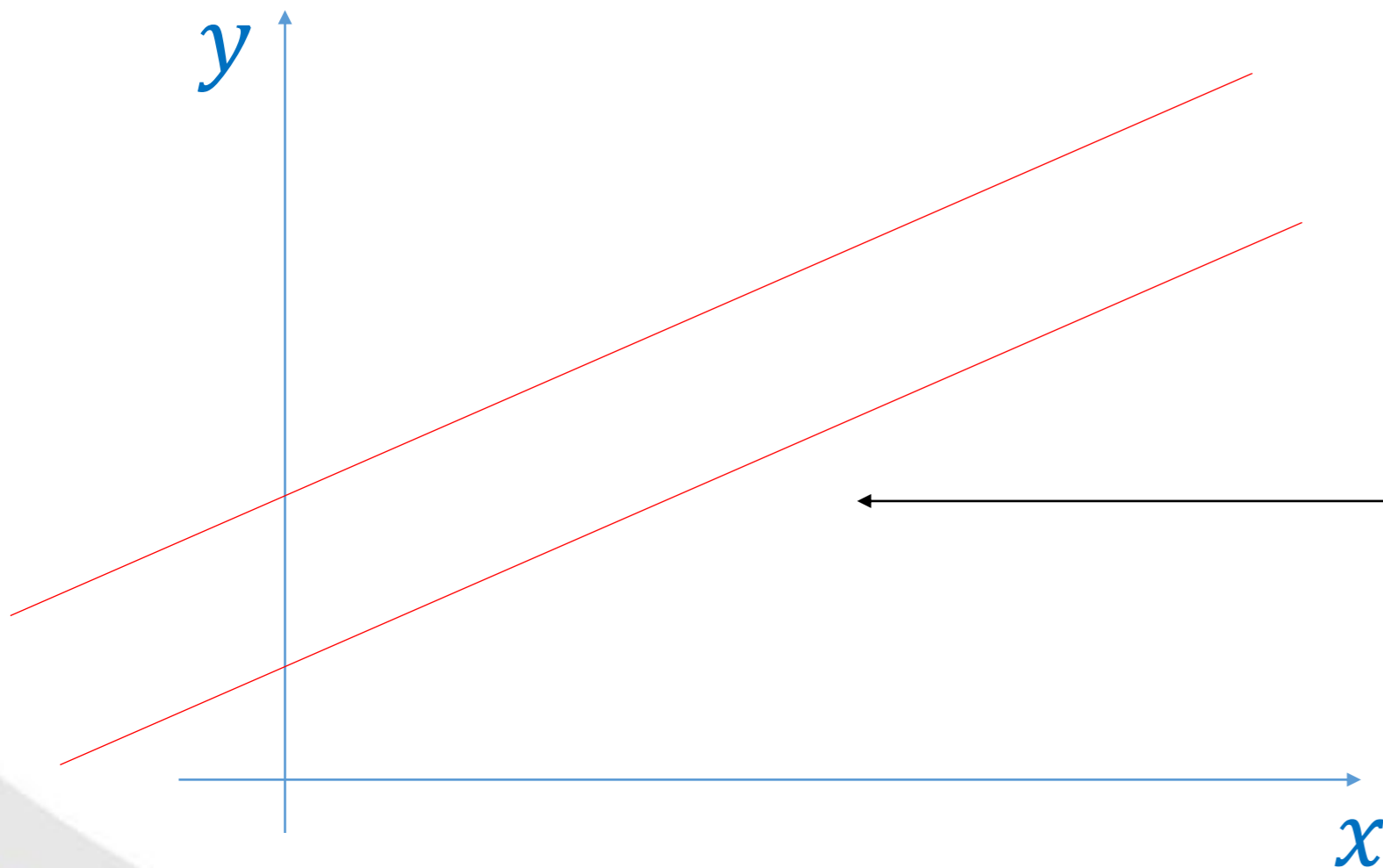


Jawab Tunggal

$$x = 3$$

$$y = 2$$

1. Ruas Kiri Sama, Ruas Kanan Berbeda



Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 9$$

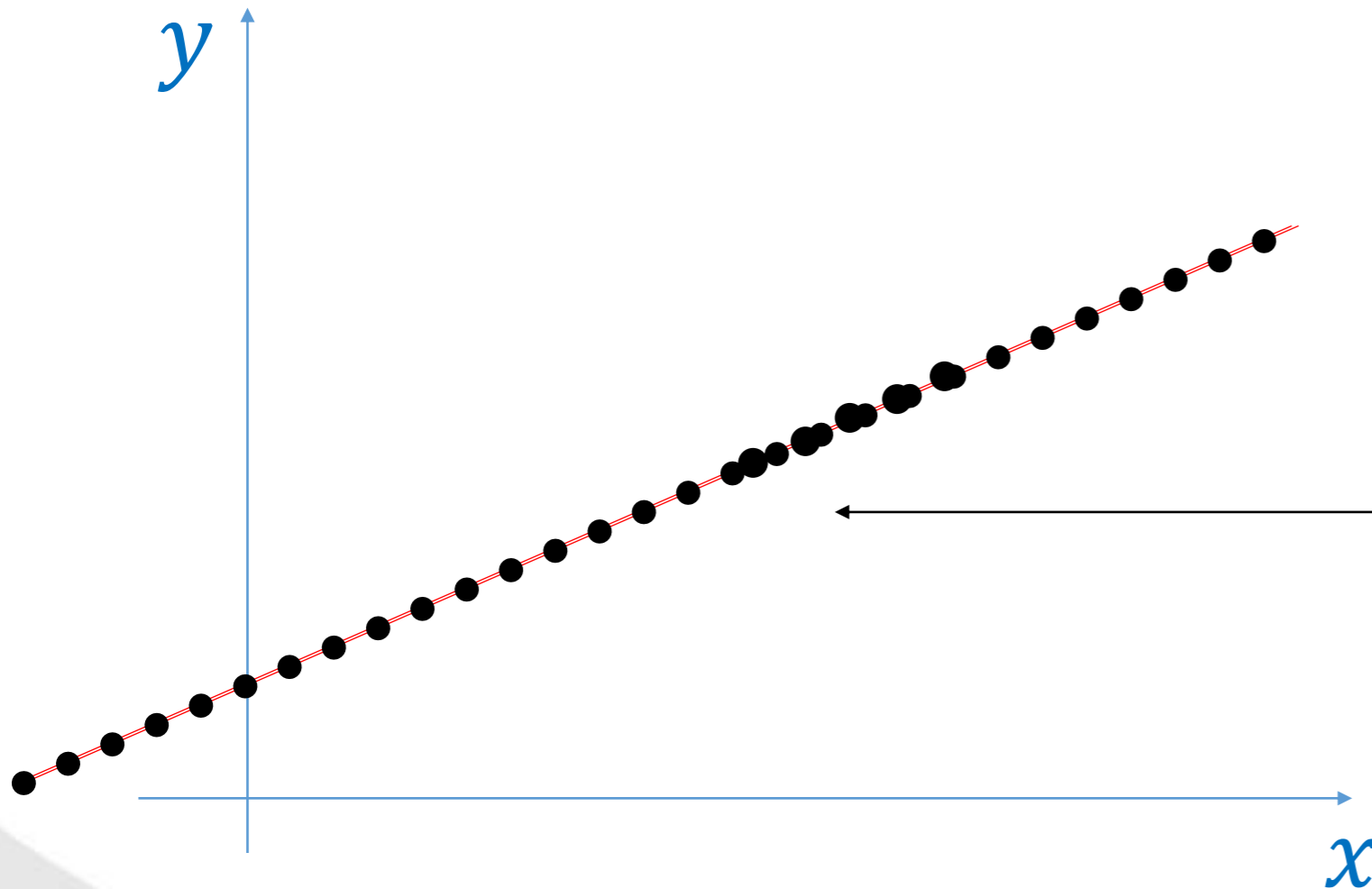
Tidak ada Jawab
Karena tidak ada
Titik potong

1. Persamaan Sama Persis

Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 12$$



Jawab ada Tak
terhingga banyaknya
Karena titik potong
ada di sepanjang garis

Kesimpulan:

1. **JAWAB TUNGGAL:** Kedua persamaan memiliki bentuk berbeda
2. **TIDAK ADA JAWAB:** Ruas kiri kedua persamaan sama, namun ruas kanan berbeda
3. **TAK TERHINGGA JAWAB:** Kedua persamaan sama persis

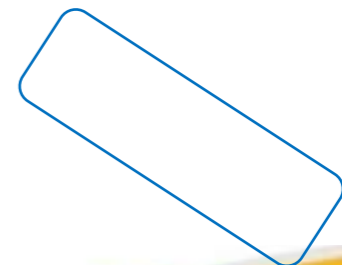
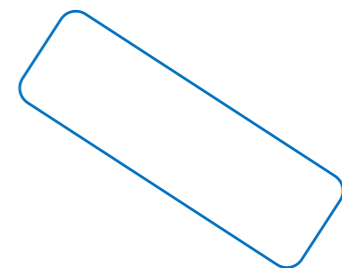
TIPE JAWAB SISTEM PERSAMAAN LINIER BERDASARKAN HASIL OBE

1. Diagonal utama tidak nol

Diberikan SPL

$$2x + y = 8$$

$$x - y = 1$$

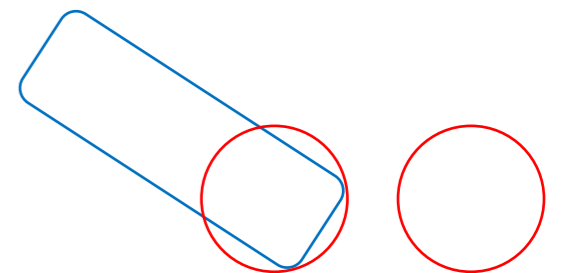


1. Diagonal utama nol, tetapi kolom terakhir tidak nol

Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 9$$

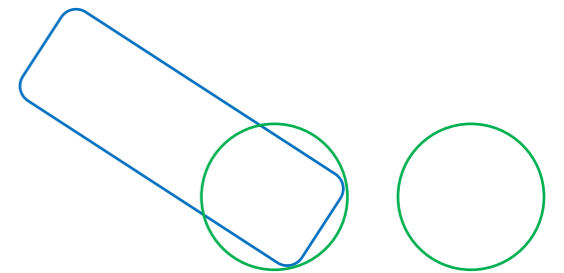


1. Diagonal utama nol, kolom terakhir juga nol

Diberikan SPL

$$2x - 2y = 8$$

$$3x - 3y = 12$$



Kesimpulan:

1. JAWAB TUNGGAL: Diagonal utama matriks tidak nol, contohnya seperti

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. TIDAK ADA JAWAB: Diagonal utama ada yang nol, namun kolom terakhir tidak nol, contohnya seperti

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. TAK TERHINGGA JAWAB: Diagonal utama ada yang nol, entri pada kolom terakhir juga nol, contohnya seperti

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

BENTUK JAWAB SISTEM PERSAMAAN LINIER UNTUK JAWAB TUNGGAL

ELIMINASI GAUSS

Misalkan diberikan matriks dari SPL:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -5 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 3B_1 \\ (-2)B_2 \\ 3B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 6 & -4 & 0 & -8 \\ 6 & -3 & -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} B_2 - B_1 \\ B_3 - B_1 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & -9 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} (1/6)B_1 \\ (-1)B_2 \\ (-1/9)B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 1/2 & -5/2 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

ELIMINASI GAUSS-JORDAN

Misalkan diberikan matriks dari SPL:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -5 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 3B_1 \\ (-2)B_2 \\ 3B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 6 & -4 & 0 & -8 \\ 6 & -3 & -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} B_2 - B_1 \\ B_3 - B_1 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & -9 & 18 \end{bmatrix}$$

$$B_1 - 3B_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 & 12 & -36 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & -9 & 18 \end{bmatrix}$$

Lanjutan

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 12 & -36 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & -9 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} (1/6)B_1 \\ (-1)B_2 \\ (-1/9)B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} B_1 - 2B_3 \\ B_2 - 3B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Lanjutan

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Maka solusinya adalah

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ y &= -1 \\ z &= -2 \end{aligned}$$

TUNGGAL.

BENTUK JAWAB SISTEM PERSAMAAN LINIER UNTUK TAK HINGGA JAWAB

ELIMINASI GAUSS

Misalkan diberikan matriks dari SPL:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -5 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 3B_1 \\ (-2)B_2 \\ (-6)B_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 6 & -4 & 0 & -8 \\ 6 & -6 & -6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} B_2 - B_1 \\ B_3 - B_1 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & -3 & -9 & 21 \end{bmatrix}$$

$$B_3 - 3B_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lanjutan

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 & -15 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 - 3B_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 & 12 & -36 \\ 0 & -1 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} (1/6)B_1 \\ (-1)B_2 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lanjutan

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka solusinya adalah

$$\begin{aligned} x + 2z &= -6 \\ y + z &= 13 \\ 0z &= 0 \end{aligned}$$

jawab dari z bisa bilangan apapun, notasikan saja $z = t$ sebagai solusi, maka

$$x + 2t = -6 \quad \rightarrow \quad x = -6 - 2t$$

dan

$$y + t = 13 \quad \rightarrow \quad y = 13 - t$$