



KALKULUS I

(MATA4110)

Aturan Rantai dan Turunan Tingkat Tinggi

5

Warsito

PROGRAM STUDI MATEMATIKA – FST UT

Kompetensi

- Umum:**
1. Menjelaskan aturan rantai turunan.
 2. Menentukan turunan tingkat tinggi.

Khusus:

- a. menentukan turunan fungsi komposisi;
- b. menjelaskan pengertian aturan rantai;
- c. menentukan turunan dengan menggunakan aturan rantai;
- d. menentukan turunan fungsi implisit;
- e. menjelaskan turunan tingkat tinggi;
- f. menentukan turunan kedua, ketiga, keempat, ... , ke- n ;
- g. menentukan percepatan;
- h. menentukan deret Taylor; dan
- i. menentukan deret Maclaurin.

Prasyarat

Untuk menentukan **turunan** (derivatif), diperlukan penguasaan materi fungsi, limit fungsi, dan kekontinuan fungsi .

Pada pembahasan **aturan rantai** dan **turunan tingkat tinggi** ini, penentuan turunan lebih banyak menggunakan rumus-rumus (bukan menggunakan definisi).

Aturan Rantai Derivatif [Turunan]

Aturan Rantai

Jika $y = f(u)$ dan $u = g(x)$, maka $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{du}\right)\left(\frac{du}{dx}\right)$

Contoh 1. Diketahui $y = \cos(2x)$, tentukan $f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

Jawab:

Misalkan, $y = f(u) = \cos u \Rightarrow \frac{dy}{du} = -\sin u$.

$u = g(x) = 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2$.

Jadi,

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \dots$ silakan dilanjutkan, Klik/Enter!.

Aturan Rantai Derivatif [Turunan]

Aturan Rantai

Jika $y = f(u)$ dan $u = g(x)$, maka $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{du}\right)\left(\frac{du}{dx}\right)$

Contoh 1. Diketahui $y = \cos(2x)$, tentukan $f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

Jawab:

Misalkan, $y = f(u) = \cos u \Rightarrow \frac{dy}{du} = -\sin u$.

$u = g(x) = 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2$.

Jadi,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = (-\sin u) \cdot (2) = \{-\sin(2x)\} \cdot (2) = -2 \sin(2x).$$

Aturan Rantai Derivatif

Contoh 2.

Diketahui $y = (x^2 + 1)^8$, tentukan $\frac{dy}{dx} = f'(x)$.

Jawab:

Misalkan, $y = f(u) = \dots$ silakan dicoba/dilanjutkan sendiri terlebih dahulu.

$u = g(x) =$ Jawaban lengkap klik/tekan Enter.

Aturan Rantai Derivatif

Contoh 2.

Diketahui $y = (x^2 + 1)^8$, tentukan $\frac{dy}{dx} = f'(x)$.

Jawab:

Misalkan, $y = f(u) = u^8 \Rightarrow \frac{dy}{du} = 8u^7$,

$u = g(x) = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x$.

Jadi,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = (8u^7) \cdot (2x) = (8(x^2 + 1)^7) \cdot (2x) = 16x(x^2 + 1)^7.$$

Aturan Rantai Derivatif Diperluas

Aturan rantai derivatif 2 variabel dapat diperluas sampai n variabel.

Jika $y = y(u), u = u(u_1), u_1 = u_1(u_2), u_2 = u_2(u_3), \dots, u_n = u_n(x)$
 maka,
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{du_2} \cdot \frac{du_2}{du_3} \cdot \dots \cdot \frac{du_n}{dx}$$

Contoh 3.

Diketahui $y = \sin^2(x^2 - x)$, tentukan $\frac{dy}{dx}$.

Jawab:

Misalkan,

$$y = u^2 \Rightarrow \frac{dy}{du} = 2u,$$

$$u = \sin u_1 \Rightarrow \frac{du}{du_1} = \cos u_1,$$

$$u_1 = x^2 - x \Rightarrow \frac{du_1}{dx} = 2x - 1.$$

$$\text{Jadi, } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{dx}$$

= ... silakan dicoba sendiri terlebih dahulu.

= Jawaban lengkap klik/tekan Enter.

=

=

Aturan Rantai Derivatif Diperluas

Aturan rantai derivatif 2 variabel dapat diperluas sampai n variabel.

Jika $y = y(u)$, $u = u(u_1)$, $u_1 = u_1(u_2)$, $u_2 = u_2(u_3)$, \dots , $u_n = u_n(x)$
 maka,
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{du_2} \cdot \frac{du_2}{du_3} \cdot \dots \cdot \frac{du_n}{dx}$$

Contoh 3.

Diketahui $y = \sin^2(x^2 - x)$, tentukan $\frac{dy}{dx}$.

Jawab:

Misalkan,

$$y = u^2 \Rightarrow \frac{dy}{du} = 2u,$$

$$u = \sin u_1 \Rightarrow \frac{du}{du_1} = \cos u_1,$$

$$u_1 = x^2 - x \Rightarrow \frac{du_1}{dx} = 2x - 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{dx} \\ &= (2u) \cdot (\cos u_1) \cdot (2x - 1) \\ &= (2(\sin u_1)) \cdot (\cos(x^2 + 1)) \cdot (2x - 1) \\ &= (2(\sin(x^2 + 1))) \cdot (\cos(x^2 + 1)) \cdot (2x - 1) \\ &= 2(2x - 1) \sin(x^2 + 1) \cos(x^2 + 1). \end{aligned}$$

Aturan Rantai Derivatif Diperluas

Contoh 4. Diketahui $y = \sin^2\{\cos^2(x^2)\}$, tentukan $\frac{dy}{dx}$!

Jawab:

$$y = \sin^2\{\cos^2(x^2)\}$$

Misalkan:

$$y = u^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{du} = 2u$$

$$u = \sin u_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{du_1} = \cos u_1$$

$$u_1 = u_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_1}{du_2} = 2u_2$$

$$u_2 = \cos u_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_2}{du_3} = -\sin u_3$$

$$u_3 = x^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_3}{dx} = 2x$$

Jadi,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{du_2} \cdot \frac{du_2}{du_3} \cdot \frac{du_3}{dx}$$

= ... silakan dicoba sendiri terlebih dahulu.

= Jawaban lengkap klik/tekan Enter.

=

=

=

=

Aturan Rantai Derivatif Diperluas

Contoh 4. Diketahui $y = \sin^2\{\cos^2(x^2)\}$, tentukan $\frac{dy}{dx}$!

Jawab:

$$y = \sin^2\{\cos^2(x^2)\}$$

Misalkan:

$$y = u^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{du} = 2u$$

$$u = \sin u_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{du_1} = \cos u_1$$

$$u_1 = u_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_1}{du_2} = 2u_2$$

$$u_2 = \cos u_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_2}{du_3} = -\sin u_3$$

$$u_3 = x^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_3}{dx} = 2x$$

Jadi,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{du_1} \cdot \frac{du_1}{du_2} \cdot \frac{du_2}{du_3} \cdot \frac{du_3}{dx} \\ &= (2u) \cdot (\cos u_1) \cdot (2u_2) \cdot (-\sin u_3) \cdot (2x) \\ &= (2 \sin u_1) \cdot (\cos u_2^2) \cdot (-\sin x^2) \cdot (2x) \\ &= (2 \sin u_2^2) \cdot (\cos(\cos^2 u_3)) \cdot (-\sin x^2) \cdot (2x) \\ &= (2 \sin(\cos^2 u_3)) \cdot (\cos^2 x^2) \cdot (-\sin x^2) \cdot (2x) \\ &= (2 \sin(\cos^2 x^2)) \cdot (\cos^2 x^2) \cdot (-\sin x^2) \cdot (2x) \\ &= (-4x) \sin(\cos^2 x^2) (\cos^2 x^2) (\sin x^2). \end{aligned}$$

Derivatif Fungsi Implisit

Fungsi Implisit

$F(x, y) = 0$, fungsi **implisit** apabila variabel x dan y **tidak** dapat dipisah dalam **ruas** yang **berbeda**. [$F(x, y) = 0$, y fungsi dari x].

Misalnya:

a. $xy + y - 2x - 5 = 0$

$$y(x + 1) = 2x + 5$$

$$y = \frac{2x + 5}{x + 1} \Rightarrow y = f(x) \text{ variabel } x \text{ dan } y \text{ dapat dipisah, fungsi eksplisit.}$$

b. $xy^2 + y - x^2 = 6$ variabel x dan y **tidak** dapat dipisah, fungsi **implisit**.

Bagaimanana cara menentukan turunan fungsi Implisit?

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 5. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ [turunan] dari $xy^2 + y - x^2 = 6$.

Jawab:

$$xy^2 + y - x^2 = 6$$
$$\frac{d}{dx}(xy^2 + y - x^2 = 6)$$

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 5. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ [turunan] dari $xy^2 + y - x^2 = 6$.

Jawab:

$$xy^2 + y - x^2 = 6$$

$$\frac{d}{dx}(xy^2 + y - x^2 = 6)$$

$$1 \cdot y^2 + (x) \left(2y \frac{dy}{dx} \right) + \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 5. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ [turunan] dari $xy^2 + y - x^2 = 6$.

Jawab:

$$xy^2 + y - x^2 = 6$$

$$\frac{d}{dx}(xy^2 + y - x^2 = 6)$$

$$1 \cdot y^2 + (x) \left(2y \frac{dy}{dx} \right) + \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

$$y^2 + 2xy \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

$$(2xy + 1) \frac{dy}{dx} = 2x - y^2$$

Jadi, $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y^2}{2xy + 1}$.

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 6. Tentukan $\frac{dy}{dx}$, jika diketahui $F(x, y) : xy + \sin(xy) - 5 = 0$.

[di sini variabel x dan y tidak dapat dipisah]

Jawab:

$$xy + \sin(xy) - 5 = 0$$

$$\frac{d}{dx} \{xy + \sin(xy) - 5 = 0\}$$

... silakan dicoba sendiri terlebih dahulu.

Jawaban lengkap klik/tekan Enter.

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 6. Tentukan $\frac{dy}{dx}$, jika diketahui $F(x, y) : xy + \sin(xy) - 5 = 0$.

[di sini variabel x dan y tidak dapat dipisah]

Jawab:

$$xy + \sin(xy) - 5 = 0$$

$$\frac{d}{dx} \{xy + \sin(xy) - 5 = 0\}$$

$$1 \cdot y + x \cdot \frac{dy}{dx} + y \cos(xy) + x \cos(xy) \cdot \frac{dy}{dx} - 0 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} \{x + x \cos(xy)\} = -\{y + y \cos(xy)\}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\{y + y \cos(xy)\}}{\{x + x \cos(xy)\}}$$

Derivatif Fungsi Implisit

Contoh 6. Tentukan $\frac{dy}{dx}$, jika diketahui $F(x, y) : xy + \sin(xy) - 5 = 0$.

[di sini variabel x dan y tidak dapat dipisah]

Jawab:

$$xy + \sin(xy) - 5 = 0$$

$$\frac{d}{dx} \{xy + \sin(xy) - 5 = 0\}$$

$$1 \cdot y + x \cdot \frac{dy}{dx} + y \cos(xy) + x \cos(xy) \cdot \frac{dy}{dx} - 0 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} \{x + x \cos(xy)\} = -\{y + y \cos(xy)\}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\{y + y \cos(xy)\}}{\{x + x \cos(xy)\}}$$

Latihan: [diskusikan bersama teman/tutor!]

Tentukan turunan pertama fungsi implisit: a. $x^2 + y^2 = 2xy$

b. $y = \ln xy^2 + x - xy + 1$

Derivatif [Turunan] Tingkat Tinggi

Turunan Tingkat Tinggi

Derivatif tingkat tinggi: $\left(f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}, f'''(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}, f^{(4)}(x) = \frac{d^4 f(x)}{dx^4}, f^{(5)}(x) = \frac{d^5 f(x)}{dx^5}, \right)$ dan seterusnya.

Derivatif ke-:	$y = f(x)$
1	$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$
2	$f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$
3	$f'''(x) = \frac{df''(x)}{dx} = \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df'(x)}{dx} \right) \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) \right) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$
4	$f^{(4)}(x) = \frac{df'''(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df''(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df'(x)}{dx} \right) \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) \right) \right) = \frac{d^4 f(x)}{dx^4}$
5	$f^{(5)}(x) = \frac{df^{(4)}(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df'''(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df''(x)}{dx} \right) \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df'(x)}{dx} \right) \right) \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) \right) \right) \right) = \frac{d^5 f(x)}{dx^5}$
...
n	$f^{(n)}(x) = \frac{df^{(n-1)}(x)}{dx} = \dots = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$

Dalam menentukan **derivatif tingkat tinggi** harus **berurut** dari derivatif ke-1, ke-2, ke-3, dst.

Tidak dapat mencari $y^{(4)}$ tanpa mencari y', y'' , dan y''' terlebih dahulu.

Derivatif Tingkat Tinggi

Contoh 7. Diketahui $y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$, tentukan $f^{(5)}(x)$.

Jawab:

$$y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d(2x^5 - 3x^3)}{dx} = \frac{d}{dx}(2x^5 - 3x^3) = 10x^4 - 9x^2$$

Derivatif Tingkat Tinggi

Contoh 7. Diketahui $y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$, tentukan $f^{(5)}(x)$.

Jawab:

$$y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d(2x^5 - 3x^3)}{dx} = \frac{d}{dx}(2x^5 - 3x^3) = 10x^4 - 9x^2$$

$$f''(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (10x^4 - 9x^2) = 40x^3 - 18x$$

Derivatif Tingkat Tinggi

Contoh 7. Diketahui $y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$, tentukan $f^{(5)}(x)$.

Jawab:

$$y = f(x) = 2x^5 - 3x^3$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d(2x^5 - 3x^3)}{dx} = \frac{d}{dx}(2x^5 - 3x^3) = 10x^4 - 9x^2$$

$$f''(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (10x^4 - 9x^2) = 40x^3 - 19x$$

$$f'''(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{df''(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (40x^3 - 19x) = 120x^2 - 19$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{df'''(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (120x^2 - 19) = 240x$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{df^{(4)}(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (240x) = 240.$$

Derivatif Tingkat Tinggi

Contoh 8.

Diketahui $y(x) = \frac{1}{x-1}$ untuk $x \neq 1$, tentukan $y^{(4)}(2)$!

Jawab:

$$y(x) = \frac{1}{x-1}.$$
$$y'(x) = \frac{(0)(x-1) - (1)(1)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} \quad \left[\text{menggunakan } \frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \right]$$
$$y''(x) = \frac{(0)(x-1)^2 - (-1)(2)(x-1)(1)}{(x-1)^4} = \frac{0 + 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2}{(x-1)^3}.$$
$$y'''(x) = \frac{(0)(x-1)^3 - (2)(3)(x-1)^2(1)}{(x-1)^6} = \frac{0 - 6(x-1)^2}{(x-1)^6} = \frac{-6}{(x-1)^4}.$$
$$y^{(4)}(x) = \frac{(0)(x-1)^4 - (-6)(4)(x-1)^3(1)}{(x-1)^8} = \frac{0 + 24(x-1)^3}{(x-1)^8} = \frac{24}{(x-1)^5}.$$

Jadi,

$$y^{(4)}(2) = \frac{24}{(2-1)^5} = \frac{24}{1^5} = 24.$$

Deret Taylor dan Maclaurin

Jika fungsi $f(x)$ mempunyai derivatif untuk semua tingkat di sekitar $x = a$, maka **deret Taylor** untuk fungsi $f(x)$ di sekitar titik $x = a$ adalah:

$$f(x) = f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n.$$

Keadaan khusus, jika $a = 0$, deret Taylor menjadi

$$f(x) = f(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

dan disebut **deret Maclaurin** untuk fungsi $f(x)$.

Deret Taylor dan Maclaurin

Contoh 9.

Tentukan deret Taylor $f(x) = \sin x$ di sekitar $x = \pi$.

Jawab:

$$f(\pi) = \sin(\pi) = 0;$$

$$f'(x) = \cos x \rightarrow f'(\pi) = \cos(\pi) = -1;$$

$$f''(x) = -\sin x \rightarrow f''(\pi) = -\sin(\pi) = 0;$$

$$f'''(x) = -\cos x \rightarrow f'''(\pi) = -\cos(\pi) = 1;$$

$$f^{(4)}(x) = \sin(x) \rightarrow f^{(4)}(\pi) = \sin(\pi) = 0;$$

$$f^{(5)}(x) = \cos(x) \rightarrow f^{(5)}(\pi) = \cos(\pi) = -1;$$

$$f^{(6)}(x) = -\sin(x) \rightarrow f^{(6)}(\pi) = -\sin(\pi) = 0;$$

$$f^{(7)}(x) = -\cos(x) \rightarrow f^{(7)}(\pi) = -\cos(\pi) = 1.$$

Jadi, deret Taylor $f(x) = \sin x$ di sekitar $x = \pi$:

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin(\pi) + \frac{(-1)}{1!}(x - \pi) + \frac{(0)}{2!}(x - \pi)^2 + \frac{(1)}{3!}(x - \pi)^3 + \frac{(0)}{4!}(x - \pi)^4 + \frac{(-1)}{5!}(x - \pi)^5 \\ &\quad + \frac{(0)}{6!}(x - \pi)^6 + \frac{(1)}{7!}(x - \pi)^7 + \dots \\ &= 0 - (x - \pi) + 0 + \frac{(x - \pi)^3}{3!} + 0 - \frac{(x - \pi)^5}{5!} + 0 + \frac{(x - \pi)^7}{7!} + \dots \\ &= -(x - \pi) + \frac{(x - \pi)^3}{3!} - \frac{(x - \pi)^5}{5!} + \frac{(x - \pi)^7}{7!} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x - \pi)^{2n-1}}{(2n-1)!}. \end{aligned}$$

Deret Taylor dan Maclaurin

Contoh 10.

Tentukan deret Maclaurin $f(x) = e^{-2x}$.

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-2x} \rightarrow f(0) = e^{-2(0)} = e^0 = 1; & f'''(x) &= -8e^{-2x} \rightarrow f'''(0) = -8e^{-2(0)} = -8; \\ f'(x) &= -2e^{-2x} \rightarrow f'(0) = -2e^{-2(0)} = -2; & f^{(4)}(x) &= 16e^{-2x} \rightarrow f^{(4)}(0) = 16e^{-2(0)} = 16; \\ f''(x) &= 4e^{-2x} \rightarrow f''(0) = 4e^{-2(0)} = 4; & f^{(5)}(x) &= -32e^{-2x} \rightarrow f^{(5)}(0) = -32e^{-2(0)} = -32. \end{aligned}$$

Jadi, deret Maclaurin $f(x) = e^{-2x}$:

$$\begin{aligned} e^{-2x} &= f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \frac{f^{(5)}(0)}{5!}x^5 + \dots \\ &= 1 + \frac{(-2)}{1!}x^1 + \frac{(4)}{2!}x^2 + \frac{(-8)}{3!}x^3 + \frac{(16)}{4!}x^4 + \frac{(-32)}{5!}x^5 + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(2)^n}{n!}x^n \end{aligned}$$

Penutup

Pembahasan materi Inisiasi 5 ini hanya sebagian dari materi aturan rantai turunan dan turunan tingkat tinggi. Oleh karena itu, dalam kesempatan lain, mahasiswa masih dituntut untuk mempelajari bagian atau referensi lain yang berkaitan dengan bahasan materi Inisiasi 5.

Semoga Sukses!



UNIVERSITAS TERBUKA

Terima Kasih

2020