

# **PANDUAN MATA4500 TUGAS AKHIR PROGRAM**



**UNIVERSITAS TERBUKA**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA FST  
2023**

## **PANDUAN TUGAS AKHIR PROGRAM (TAP) PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA FST UT**

### **1. Pengertian**

Tugas Akhir Program (TAP) Matematika dengan kode mata kuliah MATA4500 diperuntukkan bagi mahasiswa tingkat akhir Program Studi Matematika. TAP Matematika adalah mata kuliah akhir program yang wajib ditempuh oleh mahasiswa program sarjana Matematika UT yang sudah memenuhi persyaratan akademik dan administrasi.

### **2. Tujuan**

TAP Matematika bertujuan untuk mengetahui:

- a. kemampuan mahasiswa dalam menguasai prinsip-prinsip dasar matematika yang wajib dimiliki oleh seorang sarjana matematika,
- b. kemampuan seorang mahasiswa dalam menerapkan prinsip matematika baik di bidang ilmu lain ataupun di masyarakat.

### **3. Persyaratan Akademik dan Administrasi**

Untuk dapat mengambil mata kuliah TAP Matematika, ada persyaratan akademik dan administrasi yang harus dipenuhi oleh mahasiswa, yaitu:

- 1) telah lulus sejumlah mata kuliah (minimal 110 sks); dan
- 2) IPK minimal 2,00 dihitung dari 110 sks.

### **4. Deskripsi Mata Kuliah TAP Matematika**

Mata kuliah TAP Matematika mencakup beberapa materi, antara lain pembuktian permasalahan matematika dengan konsep dasar analisis; melakukan abstraksi dan generalisasi dalam matematika dengan konsep aljabar; menentukan penyelesaian suatu masalah yang terkait dengan persamaan diferensial biasa, pemodelan matematika, metode numerik, atau pemrograman linear; dan menerapkan konsep dasar statistik untuk menyelesaikan suatu permasalahan.

## **5. Capaian Pembelajaran TAP Matematika**

Capaian pembelajaran mata kuliah TAP Matematika adalah mahasiswa mampu menerapkan konsep dan prinsip matematika dalam menyelesaikan berbagai masalah matematika dan terapannya.

## **6. Mata Kuliah Pendukung TAP**

Mata kuliah pendukung TAP dianjurkan diregistrasi sebelum atau bersamaan dengan registrasi mata kuliah TAP. Mata kuliah pendukung TAP Matematika adalah:

- 1) MATA4210 Kalkulus III,
- 2) MATA4323 Persamaan Diferensial Biasa/MATA4324 Pemodelan Matematis/MATA4213 Metode Numerik/MATA4230 Pemrograman Linear,
- 3) MATA4320 Analisis II,
- 4) MATA4321 Aljabar I,
- 5) SATS4410 Pengantar Statistika Matematis I.

## **7. Persiapan Mengikuti TAP**

Langkah yang harus dipersiapkan untuk mengikuti TAP adalah sebagai berikut:

- a. Pastikan semua persyaratan akademik dan administrasi telah terpenuhi.
- b. Pelajari Buku Materi Pokok (BMP) mata kuliah pendukung TAP secara bertahap.
- c. Pelajari konsep-konsep penting dan kata-kata kunci dari setiap BMP mata kuliah pendukung.
- d. Ikuti tutorial online (tuton) untuk memperoleh pendampingan dari tutor selama belajar mandiri. Selain itu mahasiswa juga akan memperoleh nilai tuton.

## **8. Tutorial Online TAP**

Tuton TAP merupakan layanan bantuan belajar yang disediakan untuk mahasiswa peserta TAP. Mahasiswa diharapkan memanfaatkan layanan tuton TAP agar mendapatkan bimbingan dan latihan dalam mengidentifikasi masalah dan menentukan alternatif pemecahan masalah

secara ilmiah dan dapat dipertanggungjawabkan. Tuton TAP dapat diakses melalui <http://elearning.ut.ac.id>.

Kegiatan yang dilakukan dalam tuton TAP dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

**Tabel 1. Kegiatan Tuton TAP**

No.	Minggu	Kegiatan	Jadwal
1.	Pertama	Pendahuluan dan Inisiasi 1	Sesuai dengan kalender akademik
2.	Kedua	Inisiasi 2	
3.	Ketiga	Inisiasi 3 dan Tugas ke-1	
4.	Keempat	Inisiasi 4	
5.	Kelima	Inisiasi 5 dan Tugas ke-2	
6.	Keenam	Inisiasi 6	
7.	Ketujuh	Inisiasi 7	
8.	Kedelapan	Inisiasi 8 dan Tugas ke-3	

Bagi mahasiswa yang mengikuti tuton dan mengumpulkan tugas, maka akan memperoleh nilai tuton.

## 9. Pelaksanaan Ujian TAP

Ujian TAP dilaksanakan di Kantor UT Daerah sesuai dengan jadwal yang diberikan oleh UT. Ujian TAP diselenggarakan dalam bentuk ujian online.

## 10. Sifat Ujian TAP

Sifat ujian TAP adalah buka buku dan boleh menggunakan kalkulator.

## 11. Bentuk Soal Ujian

Soal ujian TAP Matematika berupa soal uraian yang terdiri atas lima soal. Soal yang diberikan bersifat logis, analitis, dan aplikatif yang menuntut kemampuan mahasiswa dalam menjawab soal dan memecahkan berbagai masalah matematika.

## 12. Cara Mengerjakan Soal Ujian TAP

Rambu-rambu untuk mengerjakan soal ujian TAP Matematika adalah sebagai berikut:

- a. Cermati soal yang diberikan.
- b. Pahami inti pertanyaan.

- c. Tuliskan jawaban sesuai dengan pertanyaan yang diajukan.
- d. Kerjakan mulai dari soal yang paling mudah.
- e. Perhitungkan alokasi waktu dalam mengerjakan setiap soal.
- f. Teliti kembali jawaban ujian Anda sebelum menyerahkannya kepada pengawas.

### **13. Kompetensi yang Diujikan Dalam TAP**

Kompetensi yang diujikan dalam TAP Matematika beserta sumber materinya dapat dilihat pada Lampiran 1.

### **14. Contoh Soal TAP**

Contoh soal dan pedoman penskoran TAP Matematika dapat dilihat pada Lampiran 2.

### **15. Komposisi Nilai Akhir TAP**

Mahasiswa akan mendapat nilai maksimal dalam soal ujian TAP jika dapat menjawab pertanyaan yang diberikan dengan benar dan lengkap. Skor maksimal untuk setiap soal ujian tercantum pada naskah soal ujian.

Komposisi nilai akhir TAP adalah 70% nilai ujian TAP dan 30% nilai tutorial online TAP. Jika mengikuti TTM atau Tuweb, komposisi nilai akhir TAP adalah 50% nilai ujian TAP dan 50% nilai TTM/Tuweb TAP. Apabila tidak mengikuti layanan tutorial, komposisi nilai akhir TAP adalah 100% nilai ujian TAP.

### **Penutup**

Panduan ini digunakan sebagai acuan oleh mahasiswa untuk mengikuti TAP Program Studi S1 Matematika. Harapannya, mahasiswa dapat berhasil menempuh TAP Matematika dan memperoleh nilai terbaik.

**Lampiran 1. Kompetensi dan Sumber Materi TAP Matematika**

<b>No.</b>	<b>Kompetensi Khusus</b>	<b>Sumber Materi</b>
1. (a)	Mahasiswa diharapkan mampu menentukan nilai ekstrem dengan menggunakan uji turunan atau metode Lagrange	MATA4210 Kalkulus III Modul 7, Kegiatan Belajar 1 Modul 7, Kegiatan Belajar 2
(b)	Mahasiswa diharapkan mampu menentukan nilai integral ganda (lipat) dua atau tiga dalam salah satu sistem koordinat, yaitu Cartesius, polar, silinder, atau bola	MATA4210 Kalkulus III Modul 9, Kegiatan Belajar 1 dan 2 Modul 11, Kegiatan Belajar 1 dan 2
2.	Mahasiswa diharapkan mampu menentukan solusi persamaan diferensial tak homogen dengan Metode Koefisien Tak Tentu; atau	MATA4323 Persamaan Diferensial Biasa Modul 3, Kegiatan Belajar 1
	Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah model pertumbuhan eksponensial dalam pembiakan bakteri atau pertumbuhan uang investasi; atau	MATA4324 Pemodelan Matematis Modul 4, Kegiatan Belajar 2
	Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan program linear dengan metode simpleks atau;	MATA4230 Pemrograman Linear Modul , Kegiatan Belajar 2
	Mahasiswa diharapkan mampu menentukan solusi dari permasalahan metode numerik menggunakan salah satu metode interpolasi polinomial berikut: Metode Lagrange, Metode Beda Terbagi, atau Metode Newton	MATA4213 Metode Numerik Modul 6, Kegiatan Belajar 1, atau Modul 6, Kegiatan Belajar 2 atau Modul 7, Kegiatan Belajar 1
3.	Mahasiswa diharapkan mampu menentukan keterdiferensialan	MATA4320 Analisis II Edisi 2 Modul 1, Kegiatan Belajar 1

	suatu fungsi atau kekompakan suatu himpunan.	Modul 6, Kegiatan Belajar 2
4. (a)	Mahasiswa diharapkan mampu menyelidiki suatu himpunan yang dilengkapi dengan suatu operasi merupakan suatu grup atau menyelidiki suatu pemetaan dari grup ke grup merupakan homomorfisma	MATA4302 Pengantar Teori Grup Modul 1, Kegiatan Belajar 1 atau Modul 7, Kegiatan Belajar 2
(b)	Mahasiswa mampu menyelidiki suatu grup merupakan grup abelian (komutatif) atau menyelidiki suatu homomorfisma merupakan isomorfisma	MATA4302 Pengantar Teori Grup Modul 1, Kegiatan Belajar 2 atau Modul 10, Kegiatan Belajar 1
5.	Mahasiswa diharapkan mampu membuktikan nilai/harga harapan dan variansi suatu distribusi kontinu/diskret menggunakan definisi nilai/harga harapan atau fungsi pembangkit momen	SATS4110 Pengantar Statistika Matematika I Modul 5, Kegiatan Belajar 1 Modul 6, Kegiatan Belajar 2 Modul 7, Kegiatan Belajar 1

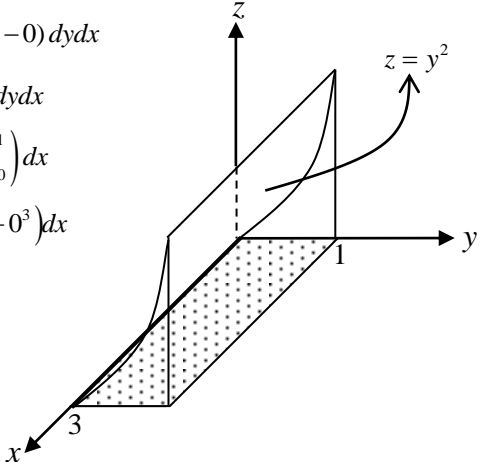
## Lampiran 2. Contoh Soal dan Pedoman Penskoran TAP Matematika

### Contoh Soal TAP Matematika

No.	Soal	Skor maksimal
1	(a) Tentukan nilai minimum $f(x, y) = x^2 + y^2$ dengan kendala $g(x, y) = xy - 3$ .	10
	(b) Hitung volume benda yang dibatasi oleh $z = y^2$ , $0 \leq y \leq 1$ , dan $0 \leq x \leq 3$ .	10
2	Diketahui persamaan diferensial : $y'' - y' - 2y = 2x$ . Tentukan: a). solusi homogen, $y_h$ . b). solusi partikular, $y_p$ . c). solusi umum jika diketahui persyaratan awal $y(0) = 0$ dan $y'(0) = 1$ .	20
3	Diberikan $E = \left\{ 1 + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ , dengan $\mathbb{N}$ himpunan bilangan asli. Selidikilah apakah himpunan $E$ tertutup?	20
4	(a) Diberikan himpunan $G = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}^*\}$ dan operasi biner $*$ pada $G$ dengan definisi $(a, 0) * (b, 0) = (2ab, 0)$ untuk setiap $(a, 0), (b, 0) \in \mathbb{R}^*$ . Selidiki apakah $G$ merupakan grup terhadap operasi $*$ tersebut!	10
	(b) Diketahui $G$ adalah grup, didefinisikan $a^2 = e, \forall a \in G$ . Buktikan $G$ adalah grup abelian.	10
5	Diketahui fungsi/distribusi Poisson adalah : $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ $f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ untuk $x = 0, 1, \dots$ Jika diketahui nilai harapannya yaitu $E[X] = \lambda$ ,	20

	<p>maka tunjukkan bahwa :</p> <p>a). Jika diketahui <math>\lambda = 2</math>, tentukan nilai <math>E[X - 1]</math>.</p> <p>b). Variansi fungsi/distribusi Poisson adalah <math>V(X) = \lambda</math>.</p> <p>(Petunjuk: <math>\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{j!} = e^\lambda</math>)</p>	
	<b>Skor total</b>	<b>100</b>

### Pedoman Penskoran Contoh Soal TAP Matematika

No	Aspek/Konsep yang dinilai	Skor maksimal
1	<p>(a) Diketahui</p> $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y) = (x^2 + y^2) + \lambda(xy - 3)$ <p>Selanjutnya, ditentukan titik kritis</p> <p>(1) <math>F_x(x, y, \lambda) = 2x + \lambda y = 0 \Rightarrow \lambda y = -2x \Rightarrow \lambda = \frac{-2x}{y}</math></p> <p>(2) <math>F_y(x, y, \lambda) = 2y + \lambda x = 0 \Rightarrow \lambda x = -2y \Rightarrow \lambda = \frac{-2y}{x}</math></p> <p>(3) <math>F_\lambda(x, y, \lambda) = xy - 3 = 0 \Rightarrow xy = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{x}</math></p> <p>Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh</p> <p>(4) <math>\frac{-2x}{y} = \frac{-2y}{x} \Rightarrow 2x^2 = 2y^2 \Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow x = y</math></p> <p>Substitusikan persamaan (3) ke (4) maka diperoleh <math>x = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 = 3</math> memberikan solusi <math>x_1 = \sqrt{3}</math> dan <math>x_2 = -\sqrt{3}</math>.</p> <p>Substitusikan solusi <math>x_1 = \sqrt{3}</math> dan <math>x_2 = -\sqrt{3}</math> ke persamaan (4), maka diperoleh solusi <math>y_1 = \sqrt{3}</math> dan <math>y_2 = -\sqrt{3}</math>.</p> <p>Jadi titik kritisnya adalah <math>(\sqrt{3}, \sqrt{3})</math> dan <math>(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})</math>.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>1</p>
	<p>(b) Volume benda yang dibatasi oleh <math>z = y^2</math>, <math>0 \leq y \leq 1</math>, dan <math>0 \leq x \leq 3</math>:</p> $  \begin{aligned}  V &= \int_0^3 \int_0^1 (y^2 - 0) dy dx \\  &= \int_0^3 \int_0^1 y^2 dy dx \\  &= \int_0^3 \left( \frac{1}{3} y^3 \Big _0^1 \right) dx \\  &= \int_0^3 \frac{1}{3} (1^3 - 0^3) dx \\  &= \frac{1}{3} \int_0^3 dx \\  &= \frac{1}{3} (x \Big _0^3) \\  &= \frac{1}{3} (3 - 0) \\  &= 1  \end{aligned}  $ 	10



	awal $y(0) = 0$ dan $y'(0) = 1$ adalah $y = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} - x + \frac{1}{2}$	
3	<p>Perhatikan titik 1.</p> <p>Untuk setiap <math>r &gt; 0</math>, maka <math>N_r(1) = (1-r, 1+r)</math> memuat tak berhingga banyak anggota <math>E</math>, yakni jika diambil <math>n &gt; \frac{1}{r}</math>.</p> <p>Dengan demikian 1 adalah titik limit himpunan <math>E</math>.</p> <p>Untuk <math>n \rightarrow \infty</math>, maka <math>\frac{1}{n} \rightarrow 0</math>.</p> <p>Dengan demikian untuk <math>n \rightarrow \infty</math>, maka <math>1 + \frac{1}{n} \rightarrow 1</math>.</p> <p>Jadi, <math>1 \notin E</math>. Karena <math>1 \notin E</math>, maka <math>E</math> bukan himpunan tertutup.</p>	<p>10</p> <p>5</p> <p>5</p>
4	<p>(a) Akan diselidiki apakah <math>(G, *)</math> merupakan grup</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ambil sebarang <math>(a, 0), (b, 0), (c, 0) \in G</math>, maka diperoleh           <math display="block">\begin{aligned} (a, 0) * (b, 0) * (c, 0) &amp;= (a, 0) * (2bc, 0) \\ &amp;= (4abc, 0) \\ &amp;= (2ab, 0) * (c, 0) \\ &amp;= ((a, 0) * (b, 0)) * (c, 0) \end{aligned}</math> </li> </ul> <p>Jadi, operasi <math>*</math> bersifat asosiatif</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Terdapat elemen identitas <math>(\frac{1}{2}, 0) \in G</math> sedemikian sehingga untuk setiap <math>(a, 0) \in G</math> memenuhi:           <math display="block">\begin{aligned} (a, 0) * (\frac{1}{2}, 0) &amp;= (2 \cdot a \cdot \frac{1}{2}, 0) \\ &amp;= (a, 0) \\ &amp;= (2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a, 0) = (\frac{1}{2}, 0) * (a, 0) \end{aligned}</math> </li> <li>Ambil sebarang <math>(a, 0) \in G</math>, maka terdapat elemen invers <math>a^{-1} = (\frac{1}{4a}, 0) \in G</math> sedemikian sehingga memenuhi</li> </ul>	<p>3</p> <p>3</p>



$$\begin{aligned}
 E[X-1] &= \sum_{x=0}^{\infty} (x-1) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} - \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= \lambda \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x-1}}{x(x-1)!} - \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!} - e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} \\
 &= (\lambda-1) e^{-\lambda} e^{\lambda} \\
 &= \lambda-1
 \end{aligned}$$

8

Jadi  $E[X-1] = \lambda-1 = 2-1 = 1$ .

2

b. Untuk membuktikan bahwa  $V(X) = \lambda$

maka selesaikan persamaan  $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$$\begin{aligned}
 E[X^2] &= \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= \sum_{x=0}^{\infty} (x(x-1) + x) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= \lambda^2 \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x-2}}{(x(x-1))(x-2)!} + \lambda \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x-1}}{x(x-1)!} \\
 &= \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2}}{(x-2)!} + \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\
 &= (\lambda^2 + \lambda) e^{-\lambda} e^{\lambda} \\
 &= \lambda^2 + \lambda
 \end{aligned}$$

8

$$\begin{aligned}
 V(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\
 &= \lambda^2 + \lambda - (\lambda)^2 \\
 &= \lambda
 \end{aligned}$$

2