

PANDUAN

Ujian Komprehensif Tertulis (UKT)



Program Studi S1 Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Terbuka

» Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah menganugerahkan ilmu dan pengetahuan sehingga dapat memberikan manfaat dan kemaslahatan bagi masyarakat.

Sesuai dengan kurikulum jenjang Sarjana, setiap mahasiswa wajib menempuh Tugas Akhir Program Sarjana (TAPS). Dalam hal ini, Program Studi S1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Terbuka (FST UT) menawarkan dua mata kuliah TAPS yaitu STMA4450 Ujian Komprehensif Tertulis (UKT) dan STMA4460 Artikel Ilmiah yang masing-masing mempunyai bobot 6 sks. Mahasiswa dapat memilih salah satu dari kedua mata kuliah tersebut. Untuk dapat mendaftarkan mata kuliah tersebut, mahasiswa wajib memenuhi syarat yang telah dijelaskan dalam Katalog Sistem Penyelenggaraan UT. Agar mahasiswa dapat menempuh mata kuliah STMA4450 UKT dengan baik, selain mempelajari buku MKKI4450 Panduan TAPS UT, mahasiswa juga perlu mempelajari Panduan UKT Program Studi S1 Matematika FST UT ini. Dari kedua bahan ajar tersebut, diharapkan mahasiswa dapat mengikuti dan melaksanakan UKT dengan baik.

Panduan UKT Program Studi S1 Matematika FST UT ini dapat terwujud atas kerjasama tim penyusun. Kami mengucapkan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya atas waktu dan kontribusinya sehingga panduan ini dapat selesai tepat pada waktunya. Kami menyadari bahwa panduan ini masih banyak kekurangan. Untuk itu, saran dan masukan dari para pengguna sangat bermanfaat untuk menyempurnakan materi dalam panduan ini. Apabila ada hal-hal yang perlu disampaikan, silakan mengirimkan email ke prodimatematikafst@ecampus.ut.ac.id.

Tangerang Selatan, September 2025
Salam,

Tim Penulis:

1. Asmara Iriani Tarigan
2. Elin Herlinawati
3. Made Diyah Putri Martinasari
4. Sitta Alief Farihati
5. Tri Wijayanti Septiarini
6. Wahyu Hidayat

Daftar Isi

Kata Pengantar	ii
Daftar Isi	iii
BAB I Pendahuluan	
Latar Belakang	2
Tujuan	3
Ruang Lingkup	3
Struktur Panduan	3
BAB II Konsep UKT dan STMA4450	
Pengertian UKT	5
Tujuan UKT	5
Capaian Pembelajaran STMA4450	5
Bentuk STMA4450	6
Mata Kuliah Pendukung STMA4450	6
Jenis dan Sifat Ujian STMA4450	6
Strategi Mengikuti Ujian STMA4450	6
BAB III Penyelenggaraan STMA4450	
Persyaratan Peserta STMA4450	8

Pembimbingan STMA4450 8

Penilaian STMA4450 9

Lampiran

Kisi-kisi STMA4450

Contoh Soal STMA4450

Contoh Jawaban Soal STMA4450

BAB I

Pendahuluan



LATAR BELAKANG

Universitas Terbuka (UT) merupakan perguruan tinggi negeri di Indonesia yang menyelenggarakan pendidikan dengan sistem terbuka dan jarak jauh. Dalam sistem ini, kemandirian serta ketekunan mahasiswa menjadi kunci utama keberhasilan belajar. Menjelang akhir masa studi, mahasiswa program sarjana (S1) diwajibkan menempuh Tugas Akhir Program Sarjana dengan berbagai pilihan seperti skripsi, proyek, artikel ilmiah, ujian komprehensif tertulis, atau bentuk lain yang setara. Ketentuan ini merujuk pada Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi (Permendikbudristek) Nomor 53 Tahun 2023 tentang Penjaminan Mutu Pendidikan, yang menegaskan bahwa skripsi bukanlah syarat mutlak kelulusan. Perguruan tinggi diberikan kebebasan untuk menentukan cara mengukur capaian akhir mahasiswa. Oleh karena itu, standar pencapaian lulusan tidak lagi dirinci secara khusus dalam Standar Nasional Pendidikan Tinggi.

Ujian Komprehensif Tertulis (UKT) merupakan satu dari dua mata kuliah Tugas Akhir Program Sarjana (TAPS) yang wajib diikuti oleh mahasiswa Program Studi S1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi (FST) UT. Pada kurikulum Program Studi S1 Matematika FST UT, mata kuliah ini ditawarkan di semester 7 dengan bobot 6 sks. UKT bertujuan untuk mengukur kemampuan mahasiswa secara komprehensif dalam suatu bidang ilmu pada program studi jenjang sarjana. Agar pelaksanaan UKT dapat berjalan dengan lancar, maka diperlukan sebuah panduan yang komprehensif, terstruktur, dan mudah diakses agar mahasiswa dapat mengikuti UKT dengan baik.

Sebagai rujukan baku, Program Studi S1 Matematika FST UT menyediakan dua buku panduan yaitu MKKI4450 Panduan Tugas Akhir Program Sarjana UT dan Panduan Ujian Komprehensif Tertulis Program Studi S1 Matematika FST UT. Buku panduan pertama memuat penjelasan umum tentang penyelenggaraan pembelajaran TAPS. Adapun buku panduan kedua disusun secara khusus untuk membantu mahasiswa Program Studi S1 Matematika FST UT dalam memahami penyelenggaraan mata kuliah STMA4450 UKT. Kedua buku panduan tersebut harus dimiliki dan dipelajari oleh seluruh mahasiswa yang mengikuti mata kuliah STMA4450 UKT. Selain itu, tutor/pembimbing serta petugas terkait di UT Pusat maupun UT Daerah juga diwajibkan memahaminya. Dengan demikian, seluruh pihak yang terlibat diharapkan dapat memanfaatkan buku panduan tersebut dengan baik agar proses pembelajaran berjalan optimal dan menghasilkan capaian yang sesuai dengan tujuan yang ditetapkan.

TUJUAN

Panduan ini disusun dengan tujuan untuk memberikan penjelasan kepada mahasiswa tentang segala hal yang berkaitan dengan UKT, mulai dari hal konseptual hingga yang bersifat teknis prosedural. Dengan demikian, mahasiswa diharapkan memiliki kesiapan yang baik dalam menghadapi dan mengerjakan UKT.

RUANG LINGKUP

Panduan ini disusun untuk memberikan arahan yang sistematis bagi mahasiswa Program Studi S1 Matematika FST UT dalam mengikuti dan menyelesaikan mata kuliah STMA4450 UKT. Ruang lingkup panduan mencakup aspek-aspek berikut:

1. konsep UKT meliputi pengertian, tujuan, capaian pembelajaran, mata kuliah pendukung, jenis dan sifat, dan strategi mengikuti UKT; serta
2. penyelenggaraan UKT yang terdiri dari persyaratan peserta, pembimbingan, dan penilaian.

STRUKTUR PANDUAN

Panduan UKT Program Studi S1 Matematika FST UT ini disusun menjadi tiga bab yaitu:

1. Bab I Pendahuluan.
2. Bab II Konsep UKT dan STMA4450.
3. Bab II Penyelenggaraan STMA4450.

Selain itu, diberikan pula lampiran yang berisi tentang kisi-kisi, contoh soal dan contoh jawaban soal UKT.

BAB II

Konsep UKT dan
STMA4450

PENGERTIAN UKT

UKT merupakan evaluasi akhir program yang harus ditempuh mahasiswa yang telah memenuhi persyaratan akademik dan administrasi tertentu. Melalui UKT mahasiswa dilatih dan diuji untuk menginternalisasi dan menghubungkan berbagai konsep yang telah dipelajari dengan pengalaman dan situasi nyata yang dihadapi.

TUJUAN UKT

UKT bertujuan untuk mengukur penguasaan kompetensi akhir mahasiswa melalui ujian yang menuntut mahasiswa untuk menganalisis dan memberikan solusi atas kasus yang diberikan secara komprehensif. Dari kasus yang diberikan, mahasiswa diminta untuk menjabarkan konsep yang relevan dengan kasus tersebut, mengaitkan antara satu konsep dengan konsep lain yang dapat memberikan penjelasan tentang kasus yang diberikan, serta menganalisis kasus tersebut dengan menggunakan teori yang relevan.

CAPAIAN PEMBELAJARAN STMA4450

Mata kuliah STMA4450 UKT mencakup beberapa tujuan, antara lain melakukan abstraksi dan generalisasi dalam matematika dengan konsep aljabar; membuktikan permasalahan matematika dengan konsep dasar analisis; dan menentukan penyelesaian suatu masalah yang terkait dengan pemodelan matematika. Capaian pembelajaran mata kuliah STMA4450 UKT adalah mahasiswa mampu menggunakan konsep dan prinsip matematika dalam menyelesaikan masalah yang diberikan dengan atau tanpa bantuan teknologi.

MATA KULIAH PENDUKUNG STMA4450

Mata kuliah pendukung STMA4450 UKT adalah:

- 1) STMA4225 – Pengantar Teori Grup;
- 2) STMA4221 – Analisis Real;
- 3) STMA4215 – Kalkulus Peubah Banyak; dan
- 4) STMA4411 – Pemodelan Matematis.

Mata kuliah pendukung UKT dianjurkan diregistrasikan sebelum atau bersamaan dengan registrasi STMA4450 UKT.

JENIS DAN SIFAT UJIAN STMA4450

Jenis soal STMA4450 UKT berupa soal uraian sebanyak tiga pertanyaan berantai. Soal yang diberikan bersifat logis, analitis, dan aplikatif yang menuntut kemampuan mahasiswa dalam menjawab soal dan memecahkan berbagai masalah matematika. Sifat ujian STMA4450 UKT adalah buka buku dan boleh menggunakan kalkulator *non-programmable* (bukan kalkulator aplikasi pada ponsel atau perangkat elektronik lainnya).

STRATEGI MENGIKUTI UJIAN STMA4450

Untuk menjawab pertanyaan yang ada dalam UKT, mahasiswa perlu melakukan langkah-langkah berikut.

1. Membuat peta konsep/rangkuman materi bahan ajar mata kuliah yang menjadi mata kuliah pendukung UKT;
2. Membaca soal terlebih dahulu dengan saksama sebelum menjawab sehingga Anda dapat memahami isi soal yang diberikan;
3. Membaca soal yang disediakan, lalu beri tanda untuk kemungkinan jawaban sesuai soal yang ada;
4. Membuka Buku Materi Pokok dan mencari materi yang sesuai dengan soal yang diberikan dengan menggunakan bantuan peta konsep yang sudah Anda buat;
5. Menjawab pertanyaan sesuai dengan yang ditanyakan secara jelas, serta tulisan yang mudah dibaca. Hindari memberikan jawaban yang panjang namun tidak sesuai dengan apa yang ditanyakan; dan
6. Memeriksa kembali jawaban yang sudah Anda tulis sebelum dikumpulkan.

BAB III

Penyelenggaraan
STMA4450

PERSYARATAN PESERTA STMA4450

Peserta STMA4450 UKT adalah mahasiswa Program Studi S1 Matematika FST UT yang mendaftarkan mata kuliah STMA4450 UKT. Untuk dapat melakukan registrasi mata kuliah UKT, mahasiswa harus memenuhi persyaratan sebagai berikut.

1. Persyaratan Administrasi

Mahasiswa telah terdaftar sebagai mahasiswa aktif dalam semester berjalan.

2. Persyaratan Akademik

- a. Mahasiswa telah menempuh dan memperoleh nilai mata kuliah prasyarat TAPS Program Studi S1 Matematika, yaitu:
 - i. STMA4225 Pengantar Teori Grup;
 - ii. STMA4221 Analisis Real; dan
 - iii. STMA4215 Kalkulus Peubah Banyak.
- b. Mahasiswa telah menempuh minimal $n-35$ sks (termasuk mata kuliah hasil RPL/alih kredit).
- c. Mahasiswa telah mencapai IPK minimal 2,00 dihitung dari $n-35$ sks (n adalah jumlah sks total yang harus ditempuh dalam kurikulum program studi, termasuk mata kuliah hasil RPL/alih kredit) bagi mahasiswa yang akan menempuh UKT pada semester:
 - 2025/2026 Ganjil;
 - 2025/2026 Genap; dan
 - 2026/2027 Ganjil.
- d. Mahasiswa telah mencapai IPK minimal 2,50 dihitung dari $n-35$ sks bagi mahasiswa yang akan menempuh UKT mulai semester 2026/2027 Genap.

PEMBIMBINGAN STMA4450

Pembimbingan UKT diberikan dalam bentuk tutorial *online* atau tutorial tatap muka (sesuai ketentuan UT). Pembimbing tutorial *online* memantau proses bimbingan melalui *Learning Management System* (LMS) sehingga perkembangan mahasiswa dapat dipantau secara menyeluruh berdasarkan log aktivitas yang tercatat. Proses pembimbingan UKT dirancang berlangsung selama satu semester.

PENILAIAN STMA4450

Nilai kelulusan UKT minimal C. Nilai UKT diperoleh dari komponen berikut.

- a. 70% nilai ujian + 30% nilai tutorial *online* atau 50 % nilai ujian + 50% nilai tutorial tatap muka, atau
- b. 100% nilai ujian.

Nilai tutorial *online* atau nilai tutorial tatap muka akan berkontribusi pada nilai akhir semester apabila skor ujian mencapai minimal 30% dari skor maksimal ujian.

Lampiran

Kisi-Kisi, Contoh Soal
dan Contoh Jawaban
Soal UKT

Kisi-Kisi STMA4450 Ujian Komprehensif Tertulis

Soal		C Tertinggi	Indikator	Skor	Tingkat Kesukaran	Waktu Pengerjaan	Kode>Nama BMP/No. dan Judul Modul / No. dan Judul KB
No.	Kompetensi ^{***})						
1	Mahasiswa mampu menggunakan definisi dan sifat-sifat barisan/deret fungsi untuk membuktikan kekonvergenan barisan/deret fungsi tersebut.	C3	Diberikan suatu barisan/deret fungsi bernilai real, mahasiswa mampu membuktikan kekonvergenan titik demi titik dan kekonvergenan seragam dari barisan/deret fungsi tersebut.	25	Sedang	45	MATA4320/Analisis Real/3. Barisan Fungsi/1. Kekonvergenan Seragam, 2. Kekonvergenan Seragam, Kekontinuan, keterintegralan, dan Keterdiferensialan.
2	Mahasiswa mampu menggunakan definisi grup untuk membuktikan bahwa sebuah himpunan suku banyak dengan operasi tertentu adalah sebuah grup, dan suatu pemetaan dari suatu grup suku banyak ke grup suku banyak lainnya adalah sebuah homomorfisma.	C3	Diberikan himpunan suku banyak berderajat n tertentu dan didefinisikan operasi pada himpunan tersebut sehingga diketahui bersifat tertutup dan asosiatif, a. mahasiswa mampu membuktikan bahwa himpunan suku banyak dengan operasi tersebut merupakan sebuah grup dengan memeriksa sifat identitas dan balikan, dan b. diberikan pemetaan dari himpunan suku banyak tersebut ke grup suku banyak lainnya, mahasiswa mampu membuktikan bahwa pemetaan tersebut adalah sebuah homomorfisma.	25	Sedang	45	MATA4302/Pengantar Teori Grup/ Modul 1 Grup, Contoh-contoh dan Sifat-sifatnya/KB1 Pengertian Grup dan Sifat-Sifatnya, KB2 Sifat-sifat Dasar Grup MATA4302/Pengantar Teori Grup/ Modul 7 Homomorfisma Grup/KB1 Pengertian Homomorfisma Grup

Soal		C	Indikator	Skor	Tingkat Kesukaran	Waktu Pengerjaan	Kode>Nama BMP/No. dan Judul Modul / No. dan Judul KB
No.	Kompetensi ^{***})						
3			Diberikan suatu masalah nyata, mahasiswa mampu:				
	a. menentukan nilai ekstrem (maksimum/minimum) atau volume benda suatu fungsi peubah banyak yang diperoleh dari masalah tersebut.	C3	Alternatif 1. a.1. menentukan titik-titik kritis (stasioner), a.2. menentukan nilai ekstrem (maksimum/minimum)	20	Sedang	35	MATA4210/Kalkulus III/7.Nilai Ekstrem dan Fungsi Dua Variabel/1. Nilai Maksimum dan Minimum Relatif
			Alternatif 2 a.1. mengilustrasikan volume benda yang dimaksud a.2. menentukan fungsi permukaan/bidang dan batas-batasnya a.3. menentukan volume benda tersebut				MATA4210/Kalkulus III/10.Aplikasi Integral Lipat Dua/1. Luas dan Volume
b. menggunakan metode matematis yang tepat untuk menyelesaikan masalah optimisasi atau laju pertumbuhan dari masalah tersebut.	C3	Alternatif 1 b.1. menentukan model optimisasi dari masalah yang diberikan b.2. mengklasifikasikan model optimisasi tersebut b.3. menerapkan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah optimisasi tersebut	30	Sedang	55	MATA4324/Pemodelan Matematis/11. Model Optimisasi I/1. Pengertian Dasar Optimisasi dan Masalah Optimisasi Sederhana MATA4324/Pemodelan Matematis/12. Model Optimisasi II/2.	

Soal		C	Indikator	Skor	Tingkat Kesukaran	Waktu Pengerjaan	Kode>Nama BMP/No. dan Judul Modul / No. dan Judul KB
No.	Kompetensi ^{***)}						
			Alternatif 2 b.1. menentukan model laju pertumbuhan dari masalah yang diberikan b.2. menerapkan konsep diferensial untuk memperoleh solusi.				Model Optimisasi 2: Program Linear dan Metode Simpleks MATA4324/Pemodelan Matematis/4. Model Berdasar Laju Pertumbuhan I/1. Pengertian Dasar Laju Pertumbuhan Populasi Eksponensial, 2. Pertumbuhan Bakteri dan Pertumbuhan Investasi. MATA4324/Pemodelan Matematis/5. Model Berdasar Laju Pertumbuhan II/1. Model Matematis Peluruhan Eksponensial, 2. Model Pertumbuhan Eksponensial Terbatas. MATA4324/Pemodelan Matematis /6. Model Berdasar Laju Pertumbuhan III/ 1. Model Pertumbuhan Sigmoid 1, 2. Model Pertumbuhan Sigmoid 2.
Jumlah soal: 3 (tiga) butir, Jumlah Skor: 100 ^{**)}				100		180 (menit)	

Contoh Soal STMA4450 Ujian Komprehensif Tertulis

Terdiri dari 3 soal dengan susunan sebagai berikut:

- Butir Soal 1 tentang Aljabar
- Butir Soal 2 tentang Analisis
- Butir Soal 3 tentang Kalkulus Peubah Banyak dan Pemodelan Matematis

	SOAL	SKOR
1.	<p>Barisan fungsi bernilai real merupakan barisan yang suku-sukunya merupakan fungsi real yang didefinisikan pada suatu himpunan tertentu. Jika diberikan barisan fungsi (f_n) dengan $f_n(x) = \frac{1}{nx}$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ dan barisan (f_n) didefinisikan pada $D = (0,1] \subset \mathbb{R}$, buktikan bahwa barisan (f_n) konvergen titik demi titik pada D. Apakah (f_n) juga konvergen seragam pada D? Buktikan jawaban Anda!</p>	25
2.	<p>Diberikan himpunan suku banyak real berderajat 3,</p> $P_3 = \{ p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R} \}.$ <p>Untuk setiap $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ dan $q(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0 \in P_3$, didefinisikan operasi penjumlahan</p> $p(x) + q(x) = (a_3 + b_3)x^3 + (a_2 + b_2)x^2 + (a_1 + b_1)x + (a_0 + b_0).$ <p>Dengan operasi tersebut, jelas bahwa P_3 tertutup terhadap operasi penjumlahan dan penjumlahan tersebut bersifat asosiatif di P_3.</p> <p>a. Tunjukkan bahwa $(P_3, +)$ adalah sebuah grup! b. Jika P_2 adalah suku banyak real berderajat 2, tunjukkan bahwa pemetaan</p> $T: P_3 \rightarrow P_2$ $p(x) \mapsto \frac{dp(x)}{dx}$ <p>untuk setiap $p(x) \in P_3$, merupakan sebuah homomorfisma! (Petunjuk: $\frac{dp(x)}{dx}$ merupakan turunan dari polinom $p(x)$ terhadap x)</p>	25
3.	<p>Sebuah industri tekstil memproduksi dua jenis pakaian, yaitu kemeja (Produk A) dan celana (Produk B). Setiap kemeja membutuhkan 2 meter kain dan waktu pengerjaan selama 3 jam. Setiap celana membutuhkan 4 meter kain dan waktu pengerjaan selama 2 jam. Industri tekstil tersebut memiliki persediaan 200 meter kain dan menyediakan waktu pengerjaan selama 180 jam. Keuntungan penjualan setiap kemeja adalah Rp10.000,00, sedangkan keuntungan penjualan setiap celana adalah Rp15.000,00.</p> <p>a. Biaya produksi (f) dinyatakan</p> $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}y^3 + 3x^2 - 4y^2 + 150$	50

SOAL	SKOR
<p>dengan x adalah jumlah kemeja yang diproduksi dan y adalah jumlah celana yang diproduksi.</p> <p>(i) Tentukan titik-titik kritis dari fungsi biaya produksi $f(x, y)$!</p> <p>(ii) Tentukan biaya produksi maksimum/minimum dari titik-titik kritis tersebut!</p> <p>b. Berdasarkan masalah produksi pakaian di atas,</p> <p>(i) tentukan model optimisasinya! Apakah model tersebut linear atau tak linear, mempunyai kendala atau tanpa kendala, mempunyai satu peubah atau banyak peubah? Jelaskan jawaban Anda!</p> <p>(ii) gunakan metode Simpleks untuk menentukan kombinasi produksi kemeja dan celana yang menghasilkan keuntungan maksimal bagi industri tekstil!</p>	
TOTAL SKOR	100

Contoh Jawaban Soal STMA4450 Ujian Komprehensif Tertulis

No.	Aspek/Konsep yang dinilai	Skor
1.	<p>Diketahui: barisan fungsi (f_n), dengan $f_n(x) = \frac{1}{nx}$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, (f_n) didefinisikan pada $D = (0,1] \subset \mathbb{R}$.</p> <p>Akan dibuktikan bahwa barisan (f_n) konvergen titik demi titik pada D. Klaim bahwa $f_n \rightarrow f(x) = 0$. Cukup ditunjukkan bahwa (f_n) konvergen ke 0 pada D.</p> <p>Ambil sebarang $\varepsilon > 0$ dan $x \in (0,1]$. Pilih $N > \frac{1}{(\varepsilon x)}$, maka untuk setiap $n \geq N$ dan $x \in (0,1]$ berlaku $f_n(x) - f(x) = \left \frac{1}{nx} - 0 \right = \left \frac{1}{nx} \right = \frac{1}{nx} \leq \frac{1}{Nx} < \frac{1}{\varepsilon x} = \varepsilon$.</p> <p>Berdasarkan definisi, maka barisan (f_n) konvergen ke 0 pada D.</p> <p>Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa barisan (f_n) tidak konvergen seragam pada D.</p> <p>Klaim (f_n) tidak konvergen seragam ke 0 pada D.</p> <p>Pilih $\varepsilon = 1$ dan diberikan sebarang bilangan asli N, maka pilih $n = N$ dan $x = \frac{1}{N}$ pada $(0,1]$, perhatikan bahwa untuk $n \geq N$</p> $ f_n(x) - f(x) = \left f_n\left(\frac{1}{N}\right) - f\left(\frac{1}{N}\right) \right = \left \frac{1}{n\left(\frac{1}{N}\right)} - 0 \right \geq \left \frac{1}{N\left(\frac{1}{N}\right)} - 0 \right = 1$ <p>Karena $\varepsilon = 1$, maka $f_n(x) - f(x) \geq \varepsilon$. Berdasarkan definisi, (f_n) tidak konvergen seragam ke 0 pada D.</p>	Maks. 25
2.	<p>a. Akan ditunjukkan $(P_3, +)$ merupakan sebuah grup.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. P_3 tertutup terhadap operasi penjumlahan Sudah diketahui di soal. 2. Operasi penjumlahan asosiatif di P_3 Sudah diketahui di soal. 3. Akan ditunjukkan terdapat identitas di P_3 terhadap operasi penjumlahan Perhatikan $0 = 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0 \in P_3$ dan untuk setiap $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \in P_3$ berlaku $0 + p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = p(x)$ dan $p(x) + 0 = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = p(x)$, maka 0 merupakan identitas di P_3 terhadap operasi penjumlahan. 	Maks. 25

No.	Aspek/Konsep yang dinilai	Skor
	<p>4. Akan ditunjukkan untuk setiap elemen di P_3 memiliki balikan terhadap operasi penjumlahan</p> <p>Perhatikan untuk sebarang $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \in P_3$, maka $-a_0, -a_1, -a_2, -a_3 \in \mathbb{R}$, akibatnya</p> $-p(x) = -a_3x^3 + (-a_2)x^2 + (-a_1)x + (-a_0) \in P_3.$ <p>Perhatikan pula</p> $\begin{aligned} p(x) + (-p(x)) &= (a_3 + (-a_3))x^3 + (a_2 + (-a_2))x^2 \\ &\quad + (a_1 + (-a_1))x + (a_0 + (-a_0)) \\ &= 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0 \\ &= 0, \end{aligned}$ <p>begitu pula $-p(x) + p(x) = 0$, maka $-p(x)$ balikan dari $p(x)$.</p> <p>Jadi, untuk setiap elemen di P_3 memiliki balikan terhadap operasi penjumlahan.</p> <p>Terbukti bahwa $(P_3, +)$ adalah sebuah grup.</p> <p>b. Akan ditunjukkan bahwa pemetaan $T: P_3 \rightarrow P_2$ dengan $p(x) \mapsto \frac{dp(x)}{dx}$ merupakan sebuah homomorfisma.</p> <p>Telah diketahui di soal bahwa T merupakan sebuah pemetaan.</p> <p>Selanjutnya, akan ditunjukkan sifat $T(p(x) + q(x)) = T(p(x) + q(x))$.</p> <p>Perhatikan untuk sebarang $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ dan $q(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0 \in P_3$</p> $\begin{aligned} T(p(x) + q(x)) &= T((a_3 + b_3)x^3 + (a_2 + b_2)x^2 + (a_1 + b_1)x + (a_0 + b_0)) \\ &= \frac{d}{dx}((a_3 + b_3)x^3 + (a_2 + b_2)x^2 + (a_1 + b_1)x + (a_0 + b_0)) \\ &= 3(a_3 + b_3)x^2 + 2(a_2 + b_2)x + (a_1 + b_1) \\ &= (3a_3x^2 + 2a_2x + a_1) + (3b_3x^2 + 2b_2x + b_1) \end{aligned}$ <p>Perhatikan pula bahwa</p> $\begin{aligned} T(p(x)) + T(q(x)) &= \frac{d}{dx}(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) \\ &\quad + \frac{d}{dx}(b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0) \\ &= (3a_3x^2 + 2a_2x + a_1) + (3b_3x^2 + 2b_2x + b_1) \\ &= T(p(x) + q(x)), \end{aligned}$ <p>maka T merupakan sebuah homomorfisma.</p>	
3a	<p>(i) Akan ditentukan titik-titik kritis dari fungsi produksi $f(x, y)$ yaitu sebagai berikut.</p> <p>Dari $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}y^3 + 3x^2 - 4y^2 + 150$ diperoleh:</p> <ul style="list-style-type: none"> $f_x(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = x^2 + 6x = x(x + 6)$ sehingga memberikan nilai $x = 0$ dan $x = -6$ $f_y(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 2y^2 - 8y = 2y(y - 8)$ sehingga memberikan nilai $y = 0$ dan $y = 8$ <p>Jadi, titik-titik kritis fungsi adalah $(0, 0), (0, 8), (-6, 0), (-6, 8)$.</p>	

No.	Aspek/Konsep yang dinilai	Skor
	<p>(ii) Akan ditentukan nilai-nilai ekstrem pada titik-titik kritis fungsi</p> $f_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + 6x) = 2x + 6$ $f_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}(x^2 + 6x) = 0$ $f_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}(2y^2 - 8y) = 4y - 8$ $\Delta = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 = (2x + 6)(4y - 8) - 0 = (2x + 6)(4y - 8)$ <p>Akan diperiksa nilai fungsi pada setiap titik kritis</p> <p>a) Untuk titik kritis (0,0) $\Delta = (2 \cdot 0 + 6)(4 \cdot 0 - 8) = (6)(-8) = -48 < 0$ Jadi, titik kritis (0,0) tidak memberikan nilai ekstrem.</p> <p>b) Untuk titik kritis (0,8) $\Delta = (2 \cdot 0 + 6)(4 \cdot 8 - 8) = (6)(32 - 8) = (6)(24) = 144 > 0$ Titik kritis (0,8) memberikan nilai ekstrem. $f_{xx}(0,8) = (2 \cdot 0) + 6 = 6 > 0$ Jadi, nilai ekstrem berupa nilai minimum dengan nilai sebesar $f(0,8) = \frac{1}{3} \cdot 0^3 + \frac{2}{3} \cdot 8^3 + 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 8^2 + 150 = \frac{2}{3} \cdot 512 - 4 \cdot 64 + 150 = \frac{1024}{3} - 256 + 150 = \frac{1024}{3} - 156 = \frac{1024-468}{3} = \frac{556}{3} = 185 \frac{1}{3}$.</p> <p>c) Untuk titik kritis (-6,0) $\Delta = (2 \cdot (-6) + 6)(4 \cdot 0 - 8) = (-12 + 6)(-8) = (-6)(-8) = 48 > 0$ Titik kritis (-6,0) memberikan nilai ekstrem $f_{xx}(-6,0) = (2 \cdot (-6)) + 6 = -12 + 6 = -12 < 0$ Jadi, nilai ekstrem berupa nilai maksimum dengan nilai sebesar $f(-6,0) = \frac{1}{3} \cdot (-6)^3 + \frac{2}{3} \cdot 0^3 + 3 \cdot (-6)^2 - 4 \cdot 0^2 + 150$ $= \frac{1}{3}(-216) + 3(36) + 150$ $= -72 + 108 + 150$ $= 186$.</p> <p>d) Untuk titik kritis (-6,8) $\Delta = (2 \cdot (-6) + 6)(4 \cdot 8 - 8) = (-12 + 6)(32 - 8) = (-6)(24) = -144 < 0$ Jadi, titik kritis (-6,8) tidak memberikan nilai ekstrem.</p>	
3b	<p>(i) Misalkan: x = jumlah kemeja dan y = jumlah celana. Model optimisasi: maks. $10000x + 15000y$ d.s. $2x + 4y \leq 200$ $3x + 2y \leq 180$ $x, y \geq 0$</p> <p>Model di atas tergolong:</p> <ul style="list-style-type: none"> • model linear karena fungsi $f(x, y) = 10000x + 15000y$ merupakan fungsi linear; • mempunyai kendala dengan kendala $2x + 4y \leq 200$, $3x + 2y \leq 180$, dan $x, y \geq 0$; serta • mempunyai banyak peubah dengan peubah x dan y. 	

No.	Aspek/Konsep yang dinilai	Skor																																																																																										
	<p>Iterasi pertama:</p> <ul style="list-style-type: none"> Bentuk baku: Maks. $z = 10000x_1 + 15000x_2 + 0x_3 + 0x_4$ dengan $2x_1 + 4x_2 + x_3 = 200$ $3x_1 + 2x_2 + x_4 = 180$ $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ Informasi tambahan: $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^t$; $c = (10.000 \ 15.000 \ 0 \ 0)$; $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $b = \begin{pmatrix} 200 \\ 180 \end{pmatrix}$ Tabel simpleks awal: <table border="1" data-bbox="299 602 929 833"> <thead> <tr> <th>i</th> <th>x_B</th> <th>c_B</th> <th>10.000 x_1</th> <th>15.000 x_2</th> <th>0 x_3</th> <th>0 x_4</th> <th>b</th> <th>θ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>x_3</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>200</td> <td>$\frac{200}{4} = 50$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>x_4</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>180</td> <td>$\frac{180}{2} = 90$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>z_j</td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$c_j - z_j$</td> <td></td> <td>10.000</td> <td>15.000</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> Kondisi belum optimum. Ulangi iterasi dengan peubah basis $x_B = \{x_2, x_4\}$. <p>Iterasi kedua:</p> <ul style="list-style-type: none"> Baris $i = 1$ dibagi dengan 4 menjadi $\frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad 0 \quad 50$ Ubah nilai a_{22} menjadi 0 dengan mengurangi entri-entri pada baris $i = 2$ dengan 2 (entri baris pertama yang dihasilkan pada langkah sebelumnya) menjadi $2 \quad 0 \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 80$ Tabel perbaikan pertama: <table border="1" data-bbox="299 1246 929 1477"> <thead> <tr> <th>i</th> <th>x_B</th> <th>c_B</th> <th>10.000 x_1</th> <th>15.000 x_2</th> <th>0 x_3</th> <th>0 x_4</th> <th>b</th> <th>θ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>x_2</td> <td>15.000</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>1</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>0</td> <td>50</td> <td>$\frac{50}{\frac{1}{2}} = 100$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>x_4</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>1</td> <td>80</td> <td>$\frac{80}{2} = 40$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>z_j</td> <td></td> <td>7.500</td> <td>15.000</td> <td>3.750</td> <td>0</td> <td>750.000</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$c_j - z_j$</td> <td></td> <td>2.500</td> <td>0</td> <td>-3.750</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> Kondisi belum optimum. Ulangi iterasi dengan peubah basis $x_B = \{x_2, x_1\}$. <p>Iterasi ketiga:</p> <ul style="list-style-type: none"> Baris $i = 2$ dibagi dengan 2 menjadi $1 \quad 0 \quad -\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad 40$ Ubah nilai a_{21} menjadi 0 dengan mengurangi entri-entri pada baris $i = 1$ dengan $\frac{1}{2}$ (entri baris kedua yang dihasilkan pada langkah sebelumnya) menjadi $0 \quad 1 \quad \frac{3}{8} \quad -\frac{1}{4} \quad 30$ 	i	x_B	c_B	10.000 x_1	15.000 x_2	0 x_3	0 x_4	b	θ	1	x_3	0	2	4	1	0	200	$\frac{200}{4} = 50$	2	x_4	0	3	2	0	1	180	$\frac{180}{2} = 90$	3	z_j		0	0	0	0	0		4	$c_j - z_j$		10.000	15.000	0	0			i	x_B	c_B	10.000 x_1	15.000 x_2	0 x_3	0 x_4	b	θ	1	x_2	15.000	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	0	50	$\frac{50}{\frac{1}{2}} = 100$	2	x_4	0	2	0	$-\frac{1}{2}$	1	80	$\frac{80}{2} = 40$	3	z_j		7.500	15.000	3.750	0	750.000		4	$c_j - z_j$		2.500	0	-3.750	0			
i	x_B	c_B	10.000 x_1	15.000 x_2	0 x_3	0 x_4	b	θ																																																																																				
1	x_3	0	2	4	1	0	200	$\frac{200}{4} = 50$																																																																																				
2	x_4	0	3	2	0	1	180	$\frac{180}{2} = 90$																																																																																				
3	z_j		0	0	0	0	0																																																																																					
4	$c_j - z_j$		10.000	15.000	0	0																																																																																						
i	x_B	c_B	10.000 x_1	15.000 x_2	0 x_3	0 x_4	b	θ																																																																																				
1	x_2	15.000	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	0	50	$\frac{50}{\frac{1}{2}} = 100$																																																																																				
2	x_4	0	2	0	$-\frac{1}{2}$	1	80	$\frac{80}{2} = 40$																																																																																				
3	z_j		7.500	15.000	3.750	0	750.000																																																																																					
4	$c_j - z_j$		2.500	0	-3.750	0																																																																																						

No.	Aspek/Konsep yang dinilai							Skor																																							
	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="352 239 651 269">Tabel perbaikan kedua: <table border="1" data-bbox="334 271 964 502"> <thead> <tr> <th data-bbox="334 271 364 292">i</th> <th data-bbox="368 271 420 292">x_B</th> <th data-bbox="424 271 511 292">c_B</th> <th data-bbox="515 271 601 292">10.000</th> <th data-bbox="606 271 692 292">15.000</th> <th data-bbox="697 271 783 292">0</th> <th data-bbox="787 271 873 292">0</th> <th data-bbox="878 271 964 292">b</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="334 298 364 318">1</td> <td data-bbox="368 298 420 318">x_2</td> <td data-bbox="424 298 511 318">15.000</td> <td data-bbox="515 298 601 318">0</td> <td data-bbox="606 298 692 318">1</td> <td data-bbox="697 298 783 318">$\frac{3}{8}$</td> <td data-bbox="787 298 873 318">$-\frac{1}{4}$</td> <td data-bbox="878 298 964 318">30</td> </tr> <tr> <td data-bbox="334 324 364 345">2</td> <td data-bbox="368 324 420 345">x_1</td> <td data-bbox="424 324 511 345">10.000</td> <td data-bbox="515 324 601 345">1</td> <td data-bbox="606 324 692 345">0</td> <td data-bbox="697 324 783 345">$-\frac{1}{4}$</td> <td data-bbox="787 324 873 345">$\frac{1}{2}$</td> <td data-bbox="878 324 964 345">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="334 351 364 372">3</td> <td colspan="2" data-bbox="368 351 511 372">z_j</td> <td data-bbox="515 351 601 372">10.000</td> <td data-bbox="606 351 692 372">15.000</td> <td data-bbox="697 351 783 372">3.125</td> <td data-bbox="787 351 873 372">1.250</td> <td data-bbox="878 351 964 372" rowspan="2">850.000</td> </tr> <tr> <td data-bbox="334 378 364 398">4</td> <td colspan="2" data-bbox="368 378 511 398">$c_j - z_j$</td> <td data-bbox="515 378 601 398">0</td> <td data-bbox="606 378 692 398">0</td> <td data-bbox="697 378 783 398">-3.125</td> <td data-bbox="787 378 873 398">-1.250</td> </tr> </tbody> </table> <li data-bbox="352 537 1211 594">Sudah ditemukan solusi optimum yaitu sebesar Rp 850.000,00 dengan jumlah produksi kemeja sebanyak 40 buah dan celana sebanyak 30 buah. 							i	x_B	c_B	10.000	15.000	0	0	b	1	x_2	15.000	0	1	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	30	2	x_1	10.000	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	40	3	z_j		10.000	15.000	3.125	1.250	850.000	4	$c_j - z_j$		0	0	-3.125	-1.250	
i	x_B	c_B	10.000	15.000	0	0	b																																								
1	x_2	15.000	0	1	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	30																																								
2	x_1	10.000	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	40																																								
3	z_j		10.000	15.000	3.125	1.250	850.000																																								
4	$c_j - z_j$		0	0	-3.125	-1.250																																									



Daftar Pustaka

- Kerami, Djati. (2015). BMP MATA4324 Pemodelan Matematis. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Nurmawati, Subekti, dkk. (2025). MKKI4450 Panduan Tugas Akhir Program Sarjana (TAPS). Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Pamuntjak, R. J. dan Warsito. (2022). Aljabar Linear Elementer I. Tangerang Selatan: Penerbit Universitas Terbuka.
- Soemantri, R. (2014). Analisis II. Tangerang Selatan: Penerbit Universitas Terbuka.
- Warsito. (2016). BMP MATA4110 Kalkulus I. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Warsito. (2020). BMP MATA4210 Kalkulus III. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Waristo. (2021). Pengantar Matematika. Tangerang Selatan: Penerbit Universitas Terbuka.
- Wijayanti, I. E. (2022). Pengantar Teori Grup. Tangerang Selatan: Penerbit Universitas Terbuka.