

PANDUAN PRAKTIKUM
MATA4332 ANALISIS NUMERIK



PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS TERBUKA
2023

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmat dan karunia-Nya Panduan Praktikum Mata Kuliah MATA4322 Analisis Numerik ini dapat disusun dan diselesaikan dengan baik. Panduan praktikum ini disusun sebagai penunjang pelaksanaan mata kuliah Analisis Numerik pada Program Studi Matematika Universitas Terbuka.

Panduan ini dirancang untuk membantu mahasiswa memahami dan mengimplementasikan konsep-konsep metode numerik secara sistematis, terarah, dan mandiri. Mengingat karakteristik pembelajaran jarak jauh di Universitas Terbuka yang menekankan kemandirian belajar, panduan praktikum ini disusun dengan pendekatan konseptual-operasional agar mahasiswa tidak hanya memahami prosedur perhitungan, tetapi juga mampu menganalisis galat dan menafsirkan hasil penyelesaian numerik.

Panduan praktikum ini mengacu pada Rencana Pembelajaran Semester (RPS) dan Silabus Mata Kuliah Analisis Numerik (MATA4332) serta diselaraskan dengan peta kompetensi dan struktur modul yang digunakan di Universitas Terbuka. Diharapkan panduan ini dapat menjadi acuan yang membantu mahasiswa dalam melaksanakan kegiatan praktikum secara mandiri maupun terbimbing melalui tutorial.

Kami menyadari bahwa panduan ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan masukan yang bersifat konstruktif sangat diharapkan guna penyempurnaan panduan ini di masa mendatang. Semoga panduan ini dapat memberikan manfaat bagi mahasiswa dan dosen dalam mendukung pencapaian tujuan pembelajaran Mata Kuliah MATA4322 Analisis Numerik.

Tangerang Selatan, Desember 2023

Ketua Program Studi Matematika
Universitas Terbuka



Dra. Asmara Iriani Tarigan, M.Si.
NIP. 196601011997032001

BAB I

PENDAHULUAN

A. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik membahas galat dan perambatannya, akar persamaan nonlinear, polinomial interpolasi, pendekatan suatu fungsi, pengintegralan fungsi secara numerik, pendiferensialan secara numerik, sistem persamaan linear, penyelesaian persamaan diferensial secara numerik, metode pendugaan dan koreksi, metode Adams Bashforth dan Adams Moulton, penyelesaian masalah nilai, dan vektor eigen suatu matriks.

B. Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan, teknologi, dan komputasi saat ini menuntut penyelesaian berbagai permasalahan matematika yang semakin kompleks. Dalam banyak kasus, permasalahan tersebut tidak memiliki solusi analitik atau solusi eksak yang mudah diperoleh. Oleh karena itu, metode numerik menjadi pendekatan yang penting untuk memperoleh solusi hampiran yang dapat diterima secara praktis dan efisien.

Mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik merupakan lanjutan dari mata kuliah MATA4213 Metode Numerik sehingga dalam mata kuliah Analisis Numerik dibahas juga metode-metode numerik yang berperan sebagai jembatan antara teori matematika dan penerapannya dalam menyelesaikan masalah nyata. Melalui metode numerik, suatu permasalahan matematika dapat diformulasikan ke dalam algoritma komputasi yang sistematis sehingga memungkinkan proses perhitungan dilakukan secara bertahap dan terukur. Namun demikian, solusi yang diperoleh melalui metode numerik selalu mengandung galat, baik yang bersumber dari proses pembulatan, pendekatan metode, maupun keterbatasan representasi bilangan. Oleh karena itu, pemahaman terhadap konsep galat dan perambatannya menjadi aspek yang tidak terpisahkan dalam pembelajaran mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik.

Dalam konteks pendidikan tinggi, khususnya pada Program Studi Matematika, penguasaan analisis numerik tidak hanya ditujukan agar mahasiswa mampu melakukan perhitungan numerik, tetapi juga agar mahasiswa mampu menganalisis keakuratan hasil,

mengevaluasi efektivitas metode yang digunakan, serta mengambil keputusan yang tepat dalam memilih metode numerik sesuai dengan karakteristik permasalahan.

Pelaksanaan pembelajaran mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik di Universitas Terbuka diselenggarakan dalam sistem pendidikan jarak jauh yang menekankan kemandirian belajar mahasiswa. Kondisi ini menuntut tersedianya bahan pendukung pembelajaran yang sistematis, jelas, dan operasional agar mahasiswa dapat belajar secara mandiri tanpa mengurangi kedalaman pemahaman konsep. Oleh karena itu, diperlukan sebuah panduan praktikum yang berfungsi sebagai pendamping bahan ajar utama, yang membantu mahasiswa memahami alur penyelesaian masalah numerik, langkah-langkah perhitungan, serta analisis galat secara terstruktur.

Panduan praktikum mata kuliah Analisis Numerik ini disusun untuk menjawab kebutuhan tersebut, yaitu sebagai sarana pendukung pembelajaran yang membantu mahasiswa mengaitkan konsep teoritis dalam bahan ajar dengan praktik penyelesaian masalah numerik. Dengan adanya panduan ini, diharapkan mahasiswa dapat belajar secara lebih terarah, mandiri, dan kritis dalam memahami serta menerapkan metode numerik.

C. Tujuan Mata Kuliah

Tujuan mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik adalah membekali mahasiswa agar mampu:

1. Menerapkan berbagai metode numerik untuk menyelesaikan permasalahan matematika.
2. Menganalisis galat yang timbul dalam proses perhitungan numerik.
3. Memilih metode numerik yang sesuai dengan karakteristik permasalahan.
4. Menyajikan hasil penyelesaian numerik secara logis, sistematis, dan terstruktur.

D. Tujuan Panduan

Panduan Praktikum mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik ini disusun dengan tujuan untuk:

1. Memberikan petunjuk pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik secara sistematis dan operasional.
2. Membantu mahasiswa belajar secara mandiri sesuai dengan karakteristik pembelajaran jarak jauh.

3. Mengarahkan mahasiswa dalam mengimplementasikan konsep-konsep metode numerik ke dalam penyelesaian soal secara praktis.
4. Menjadi acuan dalam pelaksanaan kegiatan praktikum dan latihan secara mandiri oleh mahasiswa.

E. Capaian Mata Kuliah

Setelah mengikuti pembelajaran dan praktikum mata kuliah Analisis Numerik, mahasiswa diharapkan mampu menerapkan berbagai metode untuk penyelesaian masalah secara numerik dan menganalisis galat yang timbul terkait serangkaian operasi hitungan yang dilakukan.

F. Modus Pelaksanaan Praktikum

Kegiatan praktikum mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik dilaksanakan dengan sistem praktikum jarak jauh, mandiri, dan terbimbing. Praktikum mandiri dilakukan oleh mahasiswa dengan mengikuti panduan praktikum dan bahan ajar yang telah disediakan. Pembelajaran mandiri tersebut didukung oleh kegiatan tutorial online, yang berfungsi sebagai penguatan pemahaman konsep dan latihan penyelesaian soal. Mahasiswa diharapkan aktif mempelajari materi, mengerjakan latihan, serta berpartisipasi dalam diskusi tutorial untuk memperdalam pemahaman terhadap metode numerik.

G. Sumber Materi

Sumber materi yang digunakan dalam pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik meliputi:

1. Soedijono, B. 2007. BMP MATA4332 Analisis Numerik. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
2. Ralston, A. & Philip R. 1978. A First Course in Numerical Analysis. Singapore: McGraw Hill International Book Company.

BAB II

KEGIATAN PRAKTIKUM

Kegiatan praktikum Analisis Numerik disusun berdasarkan struktur modul dalam BMP mata kuliah MATA4322 Analisis Numerik. Setiap kegiatan praktikum dirancang untuk membantu mahasiswa memahami konsep metode numerik, langkah penyelesaian, serta analisis galat melalui contoh soal dan latihan mandiri. Setiap modul praktikum memuat tujuan pembelajaran, ringkasan teori, langkah penyelesaian metode, contoh soal, latihan mandiri, dan refleksi pembelajaran. Mahasiswa diharapkan mempelajari setiap modul secara berurutan karena materi bersifat berkesinambungan.

Tabel 1. Daftar Materi Praktikum Mata Kuliah Analisis Numerik

No	Materi Praktikum Utama	Sub Materi	Referensi
1	Galat dan Perambatannya	Pengertian galat, galat absolut dan relative, perambatan galat	Modul 1
2	Akar Persamaan Nonlinear	Metode iterasi akar persamaan dan kriteria konvergensi	Modul 2
3	Interpolasi dan Pendekatan Fungsi	Interpolasi polynomial, pendekatan fungsi, dan galat interpolasi	Modul 3–4
4	Integrasi dan Diferensiasi Numerik	Integrasi numerik, diferensiasi numerik, dan analisis galat	Modul 5–6
5	Sistem Persamaan Linear	Metode langsung dan iterative dan konvergensi metode	Modul 7–8
6	Persamaan Diferensial Numerik	Metode Euler, Taylor, Picard, metode multistep	Modul 9–11

Materi 1- Galat dan Perambatannya

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menghitung galat absolut dan galat relatif.
2. Menggunakan sumber-sumber galat dalam proses perhitungan numerik.
3. Menganalisis perambatan galat pada operasi hitung sederhana.

2. Dasar Teori Singkat

Dalam analisis numerik, galat merupakan selisih antara nilai eksak (nilai sebenarnya) dengan nilai hampiran yang diperoleh melalui proses perhitungan atau pendekatan numerik. Galat tidak dapat dihindari karena keterbatasan representasi bilangan, proses pembulatan, dan penggunaan metode pendekatan. Secara umum, galat dapat dibedakan menjadi galat absolut dan galat relatif. Galat absolut menyatakan besar selisih secara langsung, sedangkan galat relatif menunjukkan besar galat dibandingkan dengan nilai eksak atau nilai sebenarnya. Selain itu, galat dapat mengalami perambatan ketika suatu nilai hampiran digunakan kembali dalam operasi perhitungan berikutnya. Pemahaman terhadap konsep galat dan perambatannya sangat penting karena menjadi dasar untuk menilai tingkat keakuratan hasil perhitungan numerik serta menentukan kelayakan suatu metode numerik.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan nilai eksak dari suatu besaran yang akan dianalisis.
2. Tentukan nilai hampiran yang digunakan dalam perhitungan.
3. Hitung galat absolut dari nilai hampiran tersebut.
4. Hitung galat relatif.
5. Lakukan operasi hitung menggunakan nilai hampiran dan amati perambatan galat yang terjadi.
6. Bandingkan hasil perhitungan dengan nilai eksak untuk mengevaluasi tingkat keakuratan.

4. Contoh Soal

Diketahui nilai eksak suatu bilangan adalah 2,71828. Suatu pendekatan numerik memberikan nilai hampiran 2,72. Tentukan galat absolut dan galat relatif.

Penyelesaian

Galat absolut dihitung sebagai selisih antara nilai eksak dan nilai hampiran.

$$\text{Galat absolut} = |2,71828 - 2,72| = 0,00172$$

Galat relatif diperoleh dengan membagi galat absolut dengan nilai eksak.

$$\text{Galat relatif} = \frac{0,00172}{2,71828} \approx 0,00063$$

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
# Nilai eksak dan hampiran
x_exact = 2.71828
x_approx = 2.72
# Menghitung galat
error_absolute = abs(x_exact - x_approx)
error_relative = abs((x_exact - x_approx) / x_exact)
print("Nilai eksak      :", x_exact)
print("Nilai hampiran   :", x_approx)
print("Galat absolut    :", error_absolute)
print("Galat relatif     :", error_relative)
print("Galat relatif (%) :", error_relative * 100)
```

Output

```
Nilai eksak      : 2.71828
Nilai hampiran   : 2.72
Galat absolut    : 0.0017200000000001658
Galat relatif     : 0.0006327530644378673
Galat relatif (%) : 0.06327530644378673
```

5. Tugas Mandiri

1. Tentukan galat absolut dan galat relatif dari nilai π jika digunakan pendekatan $\pi \approx 3,14$.
2. Suatu bilangan memiliki nilai eksak 50, sedangkan hasil perhitungan numerik menghasilkan nilai 49,8. Hitung galat absolut dan galat relatif.
3. Jelaskan dengan kata-kata sendiri mengapa galat relatif sering lebih informatif dibandingkan galat absolut.

Materi 2- Akar Persamaan Nonlinear

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menerapkan metode numerik untuk menentukan akar persamaan nonlinear.
2. Mengimplementasikan prinsip iterasi pada metode pencarian akar.
3. Menganalisis konvergensi dan ketelitian hasil pendekatan numerik.

2. Dasar Teori Singkat

Persamaan nonlinear merupakan persamaan yang tidak dapat diselesaikan secara langsung menggunakan metode aljabar sederhana. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik untuk memperoleh nilai akar persamaan secara hampiran. Metode pencarian akar persamaan nonlinear umumnya bersifat iteratif, yaitu menghasilkan urutan nilai pendekatan yang diharapkan konvergen menuju akar sebenarnya. Beberapa metode numerik yang digunakan untuk mencari akar persamaan nonlinear antara lain metode bagi dua, metode regulafalsi, metode iterasi sederhana, dan metode Newton-Raphson. Setiap metode memiliki karakteristik, kecepatan konvergensi, serta tingkat ketelitian yang berbeda-beda. Pemilihan metode yang tepat sangat bergantung pada bentuk fungsi, tebakan awal, dan kebutuhan ketelitian hasil.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan fungsi nonlinear yang akan dicari akarnya.
2. Tentukan selang atau tebakan awal yang sesuai.
3. Terapkan metode numerik yang dipilih untuk menghasilkan nilai pendekatan akar.
4. Lakukan iterasi hingga diperoleh hasil yang memenuhi kriteria konvergensi.
5. Evaluasi ketelitian hasil dan perilaku konvergensi metode.

4. Contoh Soal

Tentukan akar persamaan

$$f(x) = x^3 - x - 1 = 0$$

dengan menggunakan metode bagi dua pada selang $[1, 2]$.

Penyelesaian :

Langkah 1. Menentukan fungsi dan selang awal

Diberikan fungsi : $f(x) = x^3 - x - 1$

Dipilih selang awal $[a, b] = [1, 2]$.

Hitung nilai fungsi pada batas selang:

$$f(1) = 1^3 - 1 - 1 = -1$$

$$f(2) = 2^3 - 2 - 1 = 5$$

Karena $f(1) \cdot f(2) < 0$, maka terdapat akar persamaan pada selang $[1, 2]$.

Langkah 2. Menentukan titik tengah selang

Titik tengah selang dihitung dengan rumus:

$$x_1 = \frac{(a + b)}{2} = \frac{(1 + 2)}{2} = 1,5$$

Hitung nilai fungsi pada x_1 :

$$f(1,5) = (1,5)^3 - 1,5 - 1 = 0,875$$

Langkah 3. Menentukan selang baru

Karena $f(1) \cdot f(1,5) < 0$, maka selang baru adalah $[1, 1,5]$.

Langkah 4. Mengulangi proses iterasi

Tentukan kembali titik tengah selang baru:

$$x_2 = \frac{(1 + 1,5)}{2} = 1,25$$

$$f(1,25) = (1,25)^3 - 1,25 - 1 = -0,296875$$

Karena $f(1,25) \cdot f(1,5) < 0$, maka selang baru adalah $[1,25, 1,5]$.

Proses ini diulangi dengan cara yang sama hingga diperoleh selang yang cukup kecil atau nilai hampiran akar memenuhi tingkat ketelitian yang diinginkan.

Langkah 5. Menentukan nilai hampiran akar

Nilai hampiran akar persamaan diperoleh dari titik tengah selang terakhir yang digunakan.

Nilai ini merupakan pendekatan akar persamaan nonlinear yang dicari.

Akar berada pada selang terakhir:

$$1.3203125 \leq x \leq 1.328125$$

Perkiraan akar (ambil titik tengah selang terakhir):

$$x \approx \frac{1.3203125 + 1.328125}{2} = 1.32421875$$

Dengan iterasi lebih banyak, nilai akan mendekati:

$$x \approx 1.324717957$$

Langkah 6. Interpretasi hasil

Hasil yang diperoleh merupakan nilai hampiran akar persamaan. Ketelitian hasil bergantung pada jumlah iterasi dan lebar selang akhir. Semakin kecil selang akhir, semakin baik ketelitian akar yang diperoleh.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
def f(x):
    return x**3 - x - 1
a, b = 1.0, 2.0
tol = 1e-6          # toleransi galat
max_iter = 50
# cek syarat awal
if f(a) * f(b) >= 0:
    raise ValueError("Selang [a,b] tidak memenuhi syarat
f(a)*f(b) < 0.")
print("iter |    a        b        c=(a+b)/2        f(c)        |b-a|")
print("-"*62)
for i in range(1, max_iter+1):
    c = (a + b) / 2
    fc = f(c)
    width = abs(b - a)
    print(f"{i:>4} | {a:6.4f} {b:6.4f} {c:10.6f} {fc:12.6f}
{width:10.6f}")
    # kriteria berhenti
    if abs(fc) < tol or width < tol:
```

```

        break
    # pilih selang baru
    if f(a) * fc < 0:
        b = c
    else:
        a = c
print("\nAkar hampiran:", c)
print("f(akar)      :", f(c))

```

Output

iter	a	b	c=(a+b)/2	f(c)	b-a
1	1.0000	2.0000	1.500000	0.875000	1.000000
2	1.0000	1.5000	1.250000	-0.296875	0.500000
3	1.2500	1.5000	1.375000	0.224609	0.250000
4	1.2500	1.3750	1.312500	-0.051514	0.125000
5	1.3125	1.3750	1.343750	0.082611	0.062500
6	1.3125	1.3438	1.328125	0.014576	0.031250
7	1.3125	1.3281	1.320312	-0.018711	0.015625
8	1.3203	1.3281	1.324219	-0.002128	0.007812
9	1.3242	1.3281	1.326172	0.006209	0.003906
10	1.3242	1.3262	1.325195	0.002037	0.001953
11	1.3242	1.3252	1.324707	-0.000047	0.000977
12	1.3247	1.3252	1.324951	0.000995	0.000488
13	1.3247	1.3250	1.324829	0.000474	0.000244
14	1.3247	1.3248	1.324768	0.000214	0.000122
15	1.3247	1.3248	1.324738	0.000084	0.000061
16	1.3247	1.3247	1.324722	0.000018	0.000031
17	1.3247	1.3247	1.324715	-0.000014	0.000015
18	1.3247	1.3247	1.324718	0.000002	0.000008
19	1.3247	1.3247	1.324717	-0.000006	0.000004
20	1.3247	1.3247	1.324718	-0.000002	0.000002
21	1.3247	1.3247	1.324718	0.000000	0.000001

Akar hampiran: 1.3247179985046387

f(akar) : 1.759583065918946e-07

5. Tugas Mandiri

1. Tentukan akar persamaan $x^2 - 2 = 0$ dengan metode bagi dua.
2. Gunakan metode Newton-Raphson untuk menentukan akar persamaan $x^3 - 2x - 5 = 0$.
3. Bandingkan hasil dan jumlah iterasi dari kedua metode tersebut.

Materi 3- Interpolasi dan Pendekatan Fungsi

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menerapkan metode interpolasi polinomial untuk menentukan nilai fungsi.
2. Membedakan interpolasi dan pendekatan fungsi.
3. Menganalisis galat pada hasil interpolasi atau pendekatan fungsi.

2. Dasar Teori Singkat

Interpolasi merupakan proses menentukan nilai suatu fungsi di titik tertentu berdasarkan sejumlah titik data yang diketahui. Pada interpolasi polinomial, fungsi hampiran dibentuk sedemikian rupa sehingga melalui semua titik data yang diberikan. Metode interpolasi yang umum digunakan antara lain interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton. Pendekatan fungsi berbeda dengan interpolasi karena tidak harus melalui seluruh titik data, melainkan berusaha memperoleh fungsi hampiran yang paling mendekati fungsi sebenarnya pada suatu selang tertentu. Pendekatan fungsi sering digunakan untuk mengurangi osilasi dan meningkatkan kestabilan hasil hampiran. Pemahaman terhadap interpolasi dan pendekatan fungsi penting dalam analisis numerik karena banyak permasalahan numerik bergantung pada nilai fungsi yang tidak diketahui secara eksplisit.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan data titik atau fungsi yang akan dihampiri.
2. Pilih metode interpolasi atau pendekatan yang sesuai.
3. Bentuk fungsi polinomial hampiran.
4. Gunakan fungsi hampiran untuk menentukan nilai fungsi pada titik yang diinginkan.
5. Hitung dan analisis galat hasil hampiran.

4. Contoh Soal

Diberikan data titik:

i	x	y
1	1	2
2	2	3
3	3	5

Tentukan nilai hampiran fungsi pada $x = 2,5$ menggunakan interpolasi polinomial Lagrange.

Penyelesaian

Langkah 1

Tulis rumus polinom interpolasi Lagrange

$$P(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x)$$

dengan

$$L_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Langkah 2

Bentuk basis Lagrange $L_0(x), L_1(x), L_2(x)$

1) Basis $L_0(x)$ untuk $x_0 = 1$:

$$L_0(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(-1)(-2)} = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

2) Basis $L_1(x)$ untuk $x_1 = 2$:

$$L_1(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} = \frac{(x-1)(x-3)}{(1)(-1)} = -(x-1)(x-3)$$

3) Basis $L_2(x)$ untuk $x_2 = 3$:

$$L_2(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)} = \frac{(x-1)(x-2)}{(2)(1)} = \frac{(x-1)(x-2)}{2}$$

Langkah 3

Substitusikan y_0, y_1, y_2 ke rumus $P(x)$

Karena $y_0 = 2, y_1 = 3, y_2 = 5$, maka:

$$P(x) = 2L_0(x) + 3L_1(x) + 5L_2(x)$$

Langkah 4

Hitung nilai basis pada $x = 2,5$

Hitung $L_0(2,5)$:

$$L_0(2,5) = \frac{(2,5 - 2)(2,5 - 3)}{2} = \frac{(0,5)(-0,5)}{2} = \frac{-0,25}{2} = -0,125$$

Hitung $L_1(2,5)$:

$$L_1(2,5) = -(2,5 - 1)(2,5 - 3) = -(1,5)(-0,5) = 0,75$$

Hitung $L_2(2,5)$:

$$L_2(2,5) = \frac{(2,5 - 1)(2,5 - 2)}{2} = \frac{(1,5)(0,5)}{2} = \frac{0,75}{2} = 0,375$$

Langkah 5

Hitung $P(2,5)$

$$\begin{aligned} P(2,5) &= 2(-0,125) + 3(0,75) + 5(0,375) \\ &= -0,25 + 2,25 + 1,875 = 3,875 \end{aligned}$$

Jadi, nilai hampiran fungsi pada $x = 2,5$ adalah 3,875.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
# Data titik
x_data = np.array([1.0, 2.0, 3.0])
y_data = np.array([2.0, 3.0, 5.0])
# Titik yang ingin dihitung nilai hampiran f(x)
x_target = 2.5
# Fungsi interpolasi Lagrange
def lagrange_interpolation(x_data, y_data, x):
    n = len(x_data)
    P = 0.0
```

```

for i in range(n):
    Li = 1.0
    for j in range(n):
        if j != i:
            Li *= (x - x_data[j]) / (x_data[i] - x_data[j])
    P += y_data[i] * Li
return P

# Hitung nilai hampiran
y_target = lagrange_interpolation(x_data, y_data, x_target)
print("Nilai hampiran pada x = 2.5 adalah:", y_target)

```

Output

Nilai hampiran pada x = 2.5 adalah: 3.875

5. Tugas Mandiri

1. Gunakan interpolasi Newton untuk menentukan nilai fungsi pada titik tertentu dari data yang diberikan.
2. Bandingkan hasil interpolasi Lagrange dan Newton untuk data yang sama.
3. Jelaskan pengaruh jumlah titik data terhadap galat interpolasi.

Materi 4- Integrasi dan Diferensiasi Numerik

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menerapkan metode integrasi numerik untuk menghitung nilai integral tertentu.
2. Menerapkan metode diferensiasi numerik untuk menghitung nilai turunan fungsi.
3. Menganalisis galat pada hasil integrasi dan diferensiasi numerik.

2. Dasar Teori Singkat

Integrasi dan diferensiasi numerik digunakan ketika fungsi yang akan dianalisis sulit atau tidak mungkin diintegrasikan maupun diturunkan secara analitik. Integrasi numerik bertujuan untuk menghampiri nilai integral tertentu dengan menggunakan nilai fungsi pada titik-titik tertentu, sedangkan diferensiasi numerik digunakan untuk menghitung nilai turunan fungsi berdasarkan nilai fungsi di sekitar titik yang ditinjau. Beberapa metode integrasi numerik yang umum digunakan antara lain metode trapesium dan metode Simpson. Untuk diferensiasi numerik, pendekatan yang sering digunakan adalah turunan maju, turunan mundur, dan turunan pusat. Setiap metode memiliki tingkat ketelitian dan galat yang berbeda, bergantung pada ukuran langkah yang digunakan.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan fungsi yang akan diintegrasikan atau diturunkan.
2. Tentukan selang integrasi atau titik turunan serta ukuran langkah yang digunakan.
3. Pilih metode integrasi atau diferensiasi numerik yang sesuai.
4. Lakukan perhitungan numerik sesuai metode yang dipilih.
5. Hitung dan analisis galat hasil perhitungan numerik.

4. Contoh Soal

Hitung nilai hampiran integral

$$\int_0^1 x^2 dx$$

menggunakan metode trapesium dengan satu subselang.

Penyelesaian

Langkah 1. Menentukan selang dan ukuran langkah

Selang integrasi adalah $[0, 1]$ dengan satu subselang, sehingga ukuran langkah

$$h = \frac{1-0}{1} = 1.$$

Langkah 2. Menentukan nilai fungsi pada titik ujung

$$f(x) = x^2$$

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

Langkah 3. Menerapkan rumus metode trapesium

Rumus metode trapesium:

$$I \approx (h / 2) [f(a) + f(b)]$$

Substitusi nilai yang diperoleh:

$$I \approx \left(\frac{1}{2}\right)(0 + 1) = 0,5$$

Langkah 4. Interpretasi hasil

Nilai 0,5 merupakan nilai hampiran integral $\int_0^1 x^2 dx$ menggunakan metode trapesium. Nilai eksak integral tersebut adalah $1/3$, sehingga terdapat galat pada hasil hampiran.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
# Fungsi
def f(x):
    return x**2
# Batas integral dan jumlah subselang
```

```

a = 0.0
b = 1.0
n = 1
# Ukuran langkah
h = (b - a) / n
# Titik ujung
x0 = a
x1 = b
# Aturan trapesium
I = (h / 2) * (f(x0) + f(x1))
print("h =", h)
print("f(0) =", f(x0))
print("f(1) =", f(x1))
print("Hampiran integral (Trapeسيوم, n=1) =", I)

```

Output

```

h = 1.0
f(0) = 0.0
f(1) = 1.0
Hampiran integral (Trapeسيوم, n=1) = 0.5

```

5. Tugas Mandiri

1. Hitung nilai hampiran $\int_0^2 x \, dx$ menggunakan metode trapesium dengan dua subselang.
2. Gunakan metode Simpson untuk menghitung $\int_0^1 x \, dx$.
3. Tentukan nilai turunan pertama fungsi $f(x) = \sin x$ di $x = \frac{\pi}{4}$ menggunakan pendekatan turunan pusat.

Materi 5- Sistem Persamaan Linear

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan konsep integrasi dan diferensiasi secara numerik.
2. Menerapkan metode integrasi numerik untuk menghitung nilai integral tertentu.
3. Menerapkan metode diferensiasi numerik untuk menghitung nilai turunan fungsi.
4. Menganalisis galat pada hasil integrasi dan diferensiasi numerik.

2. Dasar Teori Singkat

Sistem persamaan linear sering muncul dalam berbagai permasalahan matematika dan terapan. Untuk sistem berukuran besar atau sistem yang kompleks, penyelesaian secara analitik menjadi tidak efisien sehingga diperlukan metode numerik. Metode numerik untuk sistem persamaan linear dapat dikelompokkan menjadi metode langsung dan metode iteratif. Metode langsung, seperti metode eliminasi Gauss, memberikan solusi dalam sejumlah langkah tertentu. Metode iteratif, seperti metode Jacobi dan Gauss-Seidel, menghasilkan urutan solusi hampiran yang diharapkan konvergen menuju solusi eksak. Pemilihan metode sangat bergantung pada ukuran sistem, sifat matriks koefisien, serta kebutuhan ketelitian hasil.

3. Langkah Praktikum

1. Tuliskan sistem persamaan linear dalam bentuk matriks.
2. Pilih metode penyelesaian yang sesuai (langsung atau iteratif).
3. Terapkan langkah-langkah metode yang dipilih secara sistematis.
4. Lakukan iterasi (jika menggunakan metode iteratif) hingga memenuhi kriteria konvergensi.
5. Evaluasi ketelitian solusi yang diperoleh.

4. Contoh Soal

Selesaikan sistem persamaan linear berikut menggunakan metode eliminasi Gauss:

$$2x + y = 5$$

$$x + 3y = 6$$

Penyelesaian

Langkah 1. Menuliskan sistem dalam bentuk matriks teraugmentasi

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \end{array} \right]$$

Langkah 2. Membentuk elemen pivot pertama

Agar proses eliminasi lebih mudah, baris pertama dan kedua ditukar sehingga elemen pivot bernilai 1.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{array} \right]$$

Langkah 3. Mengeliminasi elemen di bawah pivot pertama

Lakukan operasi baris:

$$B_2 \leftarrow B_2 - 2B_1$$

Hasilnya:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 6 \\ 0 & -5 & -7 \end{array} \right]$$

Langkah 4. Menentukan nilai variabel dengan substitusi balik

Dari baris kedua diperoleh:

$$-5y = -7 \Rightarrow y = \frac{7}{5}$$

Substitusikan nilai y ke baris pertama:

$$x + 3\left(\frac{7}{5}\right) = 6$$

$$x = 6 - \frac{21}{5} = \frac{9}{5}$$

Langkah 5. Menuliskan solusi sistem

Solusi sistem persamaan linear adalah:

$$x = \frac{9}{5}, y = \frac{7}{5}$$

Langkah 6. Interpretasi hasil

Nilai x dan y yang diperoleh merupakan solusi eksak dari sistem persamaan linear. Ketepatan solusi dapat diverifikasi dengan mensubstitusikan kembali nilai tersebut ke persamaan awal.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
# Matriks teraugmen [A|b]
Ab = np.array([
    [2.0, 1.0, 5.0],
    [1.0, 3.0, 6.0]
])
print("Matriks awal:")
print(Ab)
# Langkah 1: Eliminasi elemen di bawah pivot pertama
m = Ab[1,0] / Ab[0,0]      # faktor eliminasi
Ab[1] = Ab[1] - m * Ab[0]
print("\nSetelah eliminasi:")
print(Ab)
# Langkah 2: Substitusi balik
y = Ab[1,2] / Ab[1,1]
x = (Ab[0,2] - Ab[0,1] * y) / Ab[0,0]
print("\nSolusi:")
print("x =", x)
print("y =", y)
```

Output

```
Matriks awal:
[[2.  1.  5.]
 [1.  3.  6.]]
Setelah eliminasi:
[[2.  1.  5. ]
 [0.  2.5 3.5]]
Solusi:
x = 1.8
```

$$y = 1.4$$

5. Tugas Mandiri

1. Selesaikan sistem persamaan linear 3×3 menggunakan metode eliminasi Gauss.
2. Gunakan metode Jacobi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear sederhana.
3. Bandingkan hasil dan kecepatan konvergensi metode Jacobi dan Gauss-Seidel.

Materi 6- Persamaan Diferensial Numerik

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menerapkan metode integrasi numerik untuk menghitung nilai integral tertentu.
2. Menerapkan metode diferensiasi numerik untuk menghitung nilai turunan fungsi.
3. Menganalisis galat pada hasil integrasi dan diferensiasi numerik.

2. Dasar Teori Singkat

Sistem persamaan linear sering muncul dalam berbagai permasalahan matematika dan terapan. Untuk sistem berukuran besar atau sistem yang kompleks, penyelesaian secara analitik menjadi tidak efisien sehingga diperlukan metode numerik. Metode numerik untuk sistem persamaan linear dapat dikelompokkan menjadi metode langsung dan metode iteratif. Metode langsung, seperti metode eliminasi Gauss, memberikan solusi dalam sejumlah langkah tertentu. Metode iteratif, seperti metode Jacobi dan Gauss-Seidel, menghasilkan urutan solusi hampiran yang diharapkan konvergen menuju solusi eksak. Pemilihan metode sangat bergantung pada ukuran sistem, sifat matriks koefisien, serta kebutuhan ketelitian hasil.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan persamaan diferensial dan nilai awal yang diberikan.
2. Tentukan interval dan ukuran langkah yang digunakan.
3. Pilih metode numerik yang akan digunakan.
4. Hitung nilai hampiran solusi secara bertahap pada titik-titik yang ditentukan.
5. Analisis ketelitian hasil dan galat penyelesaian.

4. Contoh Soal

Gunakan metode Euler untuk menyelesaikan masalah nilai awal berikut:

$$y' = x + y, \text{ dengan } y(0) = 1$$

Tentukan nilai hampiran y pada $x = 0,2$ dengan ukuran langkah $h = 0,1$.

Penyelesaian

Langkah 1. Menentukan data awal

Diketahui:

- Persamaan diferensial: $y' = x + y$
- Nilai awal: $y(0) = 1$
- Ukuran langkah: $h = 0,1$

Langkah 2. Menentukan rumus metode Euler

Rumus metode Euler:

$$y_{\{n+1\}} = y_n + h f(x_n, y_n)$$

Langkah 3. Menghitung nilai hampiran bertahap

Untuk $x_0 = 0, y_0 = 1$:

$$f(x_0, y_0) = 0 + 1 = 1$$

$$y_1 = y_0 + h f(x_0, y_0) = 1 + 0,1(1) = 1,1$$

Untuk $x_1 = 0,1$:

$$f(x_1, y_1) = 0,1 + 1,1 = 1,2$$

$$y_2 = y_1 + h f(x_1, y_1) = 1,1 + 0,1(1,2) = 1,22$$

Langkah 4. Menentukan hasil hampiran

Nilai hampiran solusi pada $x = 0,2$ adalah $y(0,2) \approx 1,22$.

Langkah 5. Interpretasi hasil

Nilai yang diperoleh merupakan solusi hampiran persamaan diferensial pada titik $x = 0,2$.

Ketelitian hasil dipengaruhi oleh ukuran langkah dan metode yang digunakan.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
# Definisi fungsi turunan
def f(x, y):
    return x + y

# Data awal
x = 0.0
y = 1.0
```

```

h = 0.1
print("Iterasi 0: x =", x, ", y =", y)
# Iterasi sampai x = 0.2
for i in range(2):
    y = y + h * f(x, y)
    x = x + h
    print(f"Iterasi {i+1}: x = {x:.1f}, y = {y:.6f}")
print("\nNilai hampiran y(0.2) =", y)

```

Output

```

Iterasi 0: x = 0.0 , y = 1.0
Iterasi 1: x = 0.1, y = 1.100000
Iterasi 2: x = 0.2, y = 1.220000
Nilai hampiran y(0.2) = 1.22000000000000002

```

4. Tugas Mandiri

1. Gunakan metode Euler untuk menyelesaikan $y' = y$, dengan $y(0) = 1$ dan $h = 0,1$ hingga $x = 0,3$.
2. Bandingkan hasil metode Euler dengan solusi eksak jika tersedia.
3. Jelaskan pengaruh ukuran langkah terhadap ketelitian solusi numerik.

DAFTAR PUSTAKA

Soedijono, B. 2007. BMP MATA4332 Analisis Numerik. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.

Ralston, A. & Philip R. 1978. A First Course in Numerical Analysis. Singapore: McGraw Hill International Book Company.