

PANDUAN PRAKTIKUM

MATA4221 GEOMETRI



UNIVERSITAS TERBUKA
MAKING HIGHER EDUCATION OPEN TO ALL

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS TERBUKA
2023**

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmat dan karunia-Nya Panduan Praktikum Geometri ini dapat disusun dan diselesaikan dengan baik. Panduan praktikum ini disusun sebagai penunjang pelaksanaan mata kuliah MATA4221 Geometri pada Program Studi Matematika Universitas Terbuka.

Mata kuliah MATA4221 Geometri merupakan mata kuliah yang menekankan pembentukan sistem geometri berdasarkan aksioma-aksioma fundamental, seperti aksioma insidensi, urutan, kekongruenan, kesejajaran, serta transformasi dan isometri. Karakteristik materi yang bersifat aksiomatik dan deduktif menuntut mahasiswa tidak hanya memahami konsep secara teoritis, tetapi juga mampu melakukan eksplorasi, analisis, dan pembuktian secara sistematis. Oleh karena itu, keberadaan panduan praktikum ini menjadi penting untuk membantu mahasiswa mengaitkan konsep formal dengan kegiatan eksploratif dan aplikasi visual.

Panduan praktikum ini disusun dengan mengacu pada silabus, RPS, serta Bahan Ajar Mata Kuliah (BMP) MATA4221 Geometri. Isi panduan dirancang secara sistematis dan operasional agar dapat digunakan dalam pembelajaran jarak jauh yang menjadi karakteristik Universitas Terbuka. Melalui kegiatan praktikum, mahasiswa diharapkan mampu memperkuat kemampuan penalaran deduktif, meningkatkan ketelitian dalam menyusun pembuktian, serta mengembangkan keterampilan berpikir logis dan terstruktur.

Kami menyadari bahwa panduan ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan masukan yang bersifat konstruktif sangat diharapkan guna penyempurnaan panduan ini di masa mendatang. Semoga panduan ini dapat memberikan manfaat bagi mahasiswa dan dosen dalam mendukung pencapaian tujuan pembelajaran mata kuliah MATA4221 Geometri.

Tangerang Selatan, Desember 2023

Ketua Program Studi Matematika
Universitas Terbuka



Dra. Asmara Iriani Tarigan, M.Si.
NIP. 196601011997032001

BAB I

PENDAHULUAN

A. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah MATA4221 Geometri ini membahas bagaimana membangun (membentuk) sistem geometri yang dilandasi oleh beberapa sistem aksioma yaitu sistem insidensi, sistem aksioma urutan, sistem aksioma kekongruenan, dan aksioma kesejajaran. Secara rinci, pokok bahasan dalam mata kuliah ini adalah geometri insidensi, ke-isomorf-an dan geometri affin, urutan pada garis, urutan pada bidang dan ruang, urutan sinar dan sudut, sudut dan segitiga, konsep dan sifat-sifat kekongruenan, geometri netral, transformasi dan kolineasi, setengah putaran dan pencerminan (refleksi), isometri dan hubungan dengan transformasi. Melalui mata kuliah ini, mahasiswa diharapkan dapat mempertajam daya logika dengan melakukan penalaran deduktif untuk memahami dan menurunkan teorema-teorema yang berlaku dalam sistem suatu sistem geometri yang berlandaskan aksioma-aksioma dan definisi yang berlaku

B. Latar Belakang

Geometri merupakan salah satu cabang utama matematika yang berperan penting dalam pembentukan struktur berpikir deduktif dan sistematis. Dalam konteks pendidikan tinggi, geometri tidak lagi dipahami sebatas kajian bentuk dan ukuran, tetapi sebagai suatu sistem yang dibangun berdasarkan aksioma, definisi, dan teorema yang saling berkaitan secara logis. Melalui pendekatan aksiomatik, mahasiswa dilatih untuk memahami bagaimana suatu sistem matematika dikonstruksi, bagaimana konsistensi dijaga, serta bagaimana suatu pernyataan dibuktikan secara formal dan runtut.

Mata kuliah MATA4221 Geometri pada Program Studi Matematika FST Universitas Terbuka dirancang untuk membekali mahasiswa dengan kemampuan merekonstruksi dan menganalisis sistem geometri, meliputi geometri insidensi, geometri afin, sistem aksioma urutan, kekongruenan, hingga transformasi dan isometri. Karakteristik materi yang menekankan pembuktian dan penalaran formal menuntut adanya kegiatan pembelajaran yang tidak hanya bersifat teoritis, tetapi juga memberi ruang bagi eksplorasi dan visualisasi konsep secara terstruktur. Dalam hal ini, kegiatan praktikum menjadi sarana penting untuk

memperkuat pemahaman konseptual sekaligus mengembangkan keterampilan berpikir kritis dan analitis.

Sejalan dengan karakteristik pendidikan jarak jauh Universitas Terbuka yang menekankan kemandirian belajar, mahasiswa perlu didukung dengan panduan praktikum yang jelas, sistematis, dan operasional. Panduan ini berfungsi untuk menjembatani konsep-konsep abstrak dalam bahan ajar dengan kegiatan eksploratif yang membantu mahasiswa memverifikasi aksioma, menganalisis model geometri, serta memahami transformasi melalui representasi visual. Dengan demikian, praktikum mata kuliah Geometri tidak hanya memperkaya pengalaman belajar, tetapi juga mendukung pencapaian capaian pembelajaran lulusan yang menekankan kemampuan penalaran deduktif, pemecahan masalah, dan komunikasi matematis secara tepat dan terstruktur.

C. Tujuan Mata Kuliah

Tujuan mata kuliah MATA4221 Geometri adalah membekali mahasiswa agar mampu:

1. Menggunakan sistem aksioma dalam membangun struktur geometri.
2. Melakukan pembuktian teorema secara deduktif.
3. Menganalisis model geometri dan ke-isomorf-annya.
4. Menerapkan konsep transformasi dan isometri dalam penyelesaian masalah geometri.

D. Tujuan Panduan

Panduan Praktikum mata kuliah MATA4221 Geometri ini disusun dengan tujuan untuk:

1. Memberikan arahan sistematis pelaksanaan praktikum.
2. Membantu mahasiswa melaksanakan praktikum secara mandiri.
3. Mengintegrasikan teori dan eksplorasi visual.
4. Menjadi acuan penilaian kegiatan praktikum.
5. Mendukung kebutuhan dokumentasi akreditasi berbasis OBE.

E. Capaian Mata Kuliah

Setelah mengikuti pembelajaran dan praktikum MATA4221 Geometri, mahasiswa diharapkan dapat menggunakan unsur-unsur, aksioma, dan definisi dalam sistem geometri

untuk menunjukkan sifat-sifat dan teorema sehingga mahasiswa akan mempunyai kemampuan penalaran deduktif yang baik.

F. Modus Pelaksanaan Praktikum

Kegiatan praktikum mata kuliah MATA4221 Geometri dilaksanakan dengan sistem:

- Praktikum secara mandiri menggunakan peralatan dan perlengkapan digital masing-masing.
- Terbimbing melalui Tutorial Online (Tuton)
- Eksplorasi berbasis masalah dan pembuktian tertulis.
- Pemanfaatan perangkat lunak geometri dinamis (yaitu GeoGebra).

Mahasiswa mengerjakan laporan praktikum secara individual atau kelompok kecil sesuai arahan tutor.

G. Sumber Materi

Sumber materi yang digunakan dalam pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4221 Geometri meliputi:

1. Rawuh. 2011. BMP MATA4221 Geometri. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
2. Martin. 1932. *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*.

BAB II KEGIATAN PRAKTIKUM

Materi praktikum mata kuliah MATA4221 Geometri dipilih secara selektif dengan mempertimbangkan karakteristik materi yang paling memungkinkan untuk dilakukan eksplorasi, visualisasi, dan pembuktian secara aktif. Tidak seluruh modul dalam BMP dijadikan kegiatan praktikum, melainkan difokuskan pada pokok bahasan yang esensial dalam membangun kemampuan penalaran deduktif, analisis struktur aksiomatik, serta penerapan transformasi geometri. Pemilihan materi ini juga mempertimbangkan ketercapaian capaian pembelajaran mata kuliah dan efektivitas pelaksanaan praktikum dalam sistem pembelajaran jarak jauh. Berikut daftar materi praktikum yang akan dilaksanakan.

Tabel 1. Daftar Materi Praktikum Mata Kuliah Geometri

No	Materi Praktikum Utama	Sub Materi	Referensi
1	Geometri Insidensi	Model geometri insidensi, verifikasi aksioma, pembuktian teorema dasar	Modul 1
2	Ke-Isomorf-an Geometri	Pemetaan antar model, pembuktian isomorfisme, analisis struktur	Modul 2
3	Urutan pada Garis dan Bidang	Relasi “antara”, aksioma Pasch, himpunan konveks	Modul 3–4
4	Sudut dan Segitiga	Daerah dalam dan luar, sifat sudut, sifat segitiga dalam geometri netral	Modul 5–6
5	Kekongruenan	Kriteria kongruensi segitiga, sumbu ruas garis, garis bagi sudut	Modul 7–8
6	Transformasi dan Isometri	Translasi, refleksi, setengah putaran, komposisi transformasi; sifat isometri	Modul 10–12

Materi 1- Geometri Insidensi

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan konsep dasar geometri insidensi beserta unsur-unsurnya (titik, garis, dan relasi insidensi).
2. Menuliskan dan memahami aksioma-aksioma insidensi.
3. Memverifikasi kebenaran aksioma insidensi pada suatu model geometri.
4. Mengidentifikasi apakah suatu struktur merupakan model geometri insidensi atau bukan.
5. Menyusun pembuktian sederhana berdasarkan aksioma insidensi.

2. Dasar Teori Singkat

Geometri insidensi merupakan sistem geometri yang dibangun dari dua unsur tak terdefinisi, yaitu titik dan garis, serta relasi dasar yang disebut insidensi. Dalam sistem ini, hubungan antara titik dan garis ditentukan oleh aksioma-aksioma yang menjadi landasan pembentukan teorema. Secara umum, aksioma insidensi menyatakan bahwa:

- A. Melalui dua titik yang berbeda terdapat tepat satu garis.
- B. Setiap garis memuat sekurang-kurangnya dua titik.
- C. Terdapat paling sedikit tiga titik yang tidak segaris.

Berdasarkan aksioma tersebut, dapat diturunkan berbagai teorema dasar, misalnya keunikan garis melalui dua titik dan sifat perpotongan garis. Model geometri insidensi dapat berupa representasi konkret (misalnya himpunan titik dan himpunan garis tertentu) selama memenuhi seluruh aksioma yang ditetapkan. Praktikum ini bertujuan melatih mahasiswa untuk memahami bahwa kebenaran dalam geometri aksiomatik bergantung pada konsistensi terhadap aksioma yang digunakan.

3. Langkah Praktikum

A. Memahami Aksioma

1. Tuliskan tiga aksioma insidensi pada lembar kerja.
2. Jelaskan dengan kalimat sendiri arti setiap aksioma.
3. Buat gambar sederhana (menggunakan kertas atau GeoGebra) untuk menggambarkan masing-masing aksioma.

B. Memeriksa Suatu Model

Diberikan model dengan:

Titik: $\{A, B, C\}$

Garis: $\{g_1, g_2, g_3\}$

1. Tuliskan pasangan titik yang mungkin: $(A, B), (A, C), (B, C)$.
2. Periksa apakah setiap pasangan titik memiliki tepat satu garis.
3. Periksa apakah setiap garis memiliki minimal dua titik.
4. Tentukan apakah ketiga titik tersebut segaris atau tidak.
5. Tuliskan kesimpulan: apakah model memenuhi aksioma insidensi?

C. Membuat Model Sendiri

1. Buat 4 titik berbeda.
2. Tentukan garis-garis yang menghubungkan pasangan titik tersebut.
3. Periksa kembali apakah model yang dibuat memenuhi tiga aksioma insidensi.
4. Jika ada yang tidak terpenuhi, perbaiki modelnya.

4. Contoh Soal

Diketahui struktur berikut:

- Titik: $\{P, Q, R, S\}$
- Garis: $\{l_1, l_2\}$
- l_1 memuat P, Q, R
- l_2 memuat R, S

Apakah struktur tersebut merupakan model geometri insidensi?

Penyelesaian

Langkah 1 : Periksa apakah setiap garis memiliki minimal dua titik

- l_1 memuat $P, Q, R \rightarrow$ lebih dari dua titik
- l_2 memuat $R, S \rightarrow$ dua titik

Aksioma ini terpenuhi.

Langkah 2 : Periksa apakah setiap pasangan dua titik memiliki satu garis

Periksa beberapa pasangan penting:

- P dan $Q \rightarrow$ ada di l_1

- Q dan R \rightarrow ada di l_1
- R dan S \rightarrow ada di l_2
- P dan S \rightarrow tidak ada garis yang memuat keduanya

Karena ada pasangan titik yang tidak memiliki garis, maka syarat ini **tidak terpenuhi**.

Sehingga dapat disimpulkan, struktur tersebut **bukan** model geometri insidensi karena tidak semua pasangan dua titik terletak pada satu garis.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import itertools
points = {"P", "Q", "R", "S"}
lines = {
    "l1": {"P", "Q", "R"},
    "l2": {"R", "S"},
}
# Aksioma 2: setiap garis memuat >= 2 titik
ax2 = all(len(L) >= 2 for L in lines.values())
# Aksioma 1: setiap pasangan 2 titik berada pada tepat 1 garis
pair_counts = {}
ax1 = True
for a, b in itertools.combinations(sorted(points), 2):
    cnt = sum(1 for L in lines.values() if {a, b}.issubset(L))
    pair_counts[(a, b)] = cnt
    if cnt != 1:
        ax1 = False
# Aksioma 3: ada >= 3 titik yang tidak segaris
# (artinya ada tiga titik yang tidak semuanya berada pada satu
# garis yang sama)
ax3 = False
```

```

for a, b, c in itertools.combinations(sorted(points), 3):
    if not any({a, b, c}.issubset(L) for L in lines.values()):
        ax3 = True
        break
print("Aksioma 1 terpenuhi?", ax1)
print("Pasangan titik dengan jumlah garis yang memuatnya:",
pair_counts)
print("Aksioma 2 terpenuhi?", ax2)
print("Aksioma 3 terpenuhi?", ax3)
print("Kesimpulan: model geometri insidensi?" , ax1 and ax2
and ax3)

```

Output

```

Aksioma 1 terpenuhi? False
Pasangan titik dengan jumlah garis yang memuatnya: {'P',
'Q'}: 1, ('P', 'R'): 1, ('P', 'S'): 0, ('Q', 'R'): 1, ('Q',
'S'): 0, ('R', 'S'): 1}
Aksioma 2 terpenuhi? True
Aksioma 3 terpenuhi? True
Kesimpulan: model geometri insidensi? False

```

5. Tugas Mandiri

1. Buat suatu model dengan 4 titik dan minimal 4 garis yang memenuhi aksioma insidensi.
2. Gambarkan model tersebut dan jelaskan relasi insidensinya.
3. Buktikan bahwa melalui dua titik berbeda hanya terdapat satu garis.
4. Buat satu contoh struktur yang hampir memenuhi aksioma tetapi gagal pada satu kondisi, lalu jelaskan alasannya.
5. Tuliskan refleksi singkat:
 - Mengapa aksioma diperlukan dalam membangun sistem geometri?
 - Apa perbedaan antara definisi dan aksioma dalam sistem formal?

Materi 2- Ke-Isomorf-an Geometri

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan pengertian ke-isomorf-an dalam geometri.
2. Menentukan apakah dua model geometri isomorfik.
3. Menyusun pemetaan (fungsi korespondensi) antar dua model geometri.
4. Membuktikan bahwa pemetaan tersebut mempertahankan relasi insidensi.

2. Dasar Teori Singkat

Ke-isomorf-an dalam geometri merujuk pada kesetaraan struktur antara dua model geometri. Dua model dikatakan isomorfik apabila terdapat suatu pemetaan satu-satu dan onto (bijektif) antara unsur-unsur pada model pertama dan model kedua yang mempertahankan relasi insidensi. Artinya, jika suatu titik terletak pada suatu garis dalam model pertama, maka bayangan titik tersebut juga terletak pada garis bayangannya dalam model kedua. Dengan kata lain, hubungan antara titik dan garis pada kedua model tetap sama setelah dilakukan pemetaan.

Konsep isomorfisme menunjukkan bahwa dua model dapat memiliki representasi atau bentuk visual yang berbeda, tetapi secara struktur aksiomatik keduanya identik. Hal yang diperhatikan bukanlah bentuk gambar atau posisi titik, melainkan pola hubungan antar unsur di dalamnya. Oleh karena itu, dalam menentukan ke-isomorf-an, yang diuji adalah apakah pemetaan tersebut bersifat bijektif dan apakah seluruh relasi insidensi tetap terjaga. Jika kedua syarat tersebut terpenuhi, maka kedua model dianggap memiliki struktur geometri yang sama.

3. Langkah Praktikum

A. Memahami Konsep

1. Tuliskan kembali definisi isomorfik dengan kalimat sendiri.
2. Jelaskan mengapa pemetaan harus bersifat satu-satu dan onto (bijektif).

B. Menganalisis Dua Model

Diberikan dua model:

Model A

Titik: $\{A, B, C\}$

Garis: $\{g_1, g_2, g_3\}$

Model B

Titik: $\{P, Q, R\}$

Garis: $\{l_1, l_2, l_3\}$

Langkah kerja:

1. Tentukan pemetaan titik, misalnya:

$$A \rightarrow P$$

$$B \rightarrow Q$$

$$C \rightarrow R$$

2. Tentukan pemetaan garis yang sesuai.
3. Periksa apakah relasi insidensi tetap terjaga.
4. Simpulkan apakah kedua model isomorfik.

C. Membuat Model Sendiri

1. Buat dua model sederhana dengan jumlah titik sama.
2. Susun pemetaan antar keduanya.
3. Periksa apakah pemetaan tersebut mempertahankan relasi insidensi.

4. Contoh Soal

Model A:

- Titik $\{A, B, C\}$
- Garis: AB, BC, AC

Model B:

- Titik $\{P, Q, R\}$
- Garis: PQ, QR, PR

Apakah kedua model tersebut isomorfik?

Penyelesaian :

Langkah 1: Tentukan pemetaan titik

$$A \rightarrow P$$

$$B \rightarrow Q$$

$C \rightarrow R$

Langkah 2: Periksa garis

Garis AB berpadanan dengan PQ

Garis BC berpadanan dengan QR

Garis AC berpadanan dengan PR

Langkah 3: Periksa relasi insidensi

Jika A terletak pada AB, maka P terletak pada PQ

Jika B terletak pada BC, maka Q terletak pada QR

Sehingga dapat disimpulkan, Model A dan Model B **isomorfik** karena terdapat pemetaan satu-satu yang mempertahankan relasi insidensi.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import itertools
# Model A
A_points = ["A", "B", "C"]
A_lines = {frozenset(["A", "B"]), frozenset(["B", "C"]),
            frozenset(["A", "C"])}
# Model B
B_points = ["P", "Q", "R"]
B_lines = {frozenset(["P", "Q"]), frozenset(["Q", "R"]),
            frozenset(["P", "R"])}
def is_isomorphism(mapping):
    # mapping: dict dari titik A -> titik B
    # cek apakah setiap garis (pasangan titik) di A dipetakan
    # menjadi garis di B
    for line in A_lines:
        img = frozenset(mapping[x] for x in line)
        if img not in B_lines:
```

```

        return False
    return True
# cari bijeksi yang memenuhi (coba semua permutasi)
for perm in itertools.permutations(B_points):
    mapping = dict(zip(A_points, perm))
    if is_isomorphism(mapping):
        print("Isomorfik. Contoh pemetaan:", mapping)
        break
else:
    print("Tidak isomorfik.")

```

Output

Isomorfik. Contoh pemetaan: {'A': 'P', 'B': 'Q', 'C': 'R'}

5. Tugas Mandiri

1. Buat dua model dengan 4 titik yang isomorfik.
2. Tuliskan pemetaan titik dan garisnya.
3. Periksa apakah relasi insidensi tetap terjaga.
4. Buat contoh dua model yang memiliki jumlah titik sama tetapi **tidak isomorfik**, dan jelaskan alasannya.
5. Tuliskan kesimpulan, mengapa dua model bisa tampak berbeda tetapi sebenarnya sama secara struktur?

Materi 3- Urutan pada Garis dan Aksioma Pasch

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan konsep relasi “antara” pada tiga titik segaris.
2. Menentukan posisi suatu titik di antara dua titik lain pada suatu garis.
3. Memahami dan menjelaskan makna Aksioma Pasch.
4. Menggunakan konsep urutan untuk menganalisis konfigurasi titik dan segitiga sederhana.

2. Dasar Teori Singkat

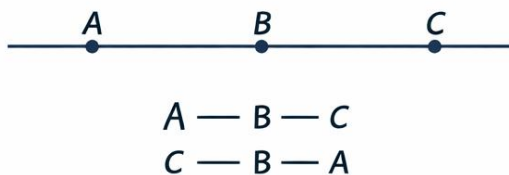
Dalam geometri terurut, selain konsep titik dan garis, diperkenalkan relasi “**antara**” untuk menyatakan bahwa suatu titik terletak di antara dua titik lainnya pada satu garis. Jika titik B berada di antara titik A dan C, maka ketiga titik tersebut segaris dan urutannya adalah A–B–C. Relasi ini bersifat simetris dalam arti bahwa jika B di antara A dan C, maka juga dapat dituliskan C–B–A, tetapi tidak dapat dituliskan A–C–B.

Konsep urutan pada garis menjadi dasar dalam memahami pemisahan garis dan struktur segitiga. Salah satu prinsip penting dalam geometri terurut adalah **Aksioma Pasch**, yang menyatakan bahwa jika sebuah garis memotong salah satu sisi segitiga dan tidak melalui titik sudutnya, maka garis tersebut juga akan memotong tepat satu sisi lainnya. Aksioma ini menegaskan konsistensi struktur ruang dan mencegah konfigurasi yang bertentangan dengan intuisi geometris dasar.

3. Langkah Praktikum

A. Memahami Relasi “Antara”

1. Gambar tiga titik segaris A, B, dan C.
2. Tentukan titik mana yang berada di antara dua titik lainnya.
3. Tuliskan semua kemungkinan urutan titik yang benar.



B. Analisis Konfigurasi Titik

Diberikan titik A, B, C pada satu garis dengan informasi bahwa B di antara A dan C.

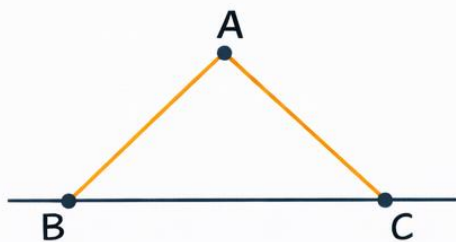
1. Gambar posisi ketiga titik tersebut.
2. Tentukan apakah A dapat berada di antara B dan C.
3. Jelaskan alasan jawaban Anda.



B berada di antara A dan C.

C. Memahami Aksioma Pasch

1. Gambar segitiga ABC.
2. Tarik satu garis yang memotong sisi AB tetapi tidak melalui titik A atau B.
3. Amati sisi mana lagi yang dipotong garis tersebut.
4. Tuliskan kesimpulan sesuai Aksioma Pasch.



4. Contoh Soal

Diketahui tiga titik segaris A, B, C dengan B di antara A dan C. Apakah mungkin C berada di antara A dan B?

Penyelesaian

Langkah 1: Tuliskan informasi yang diketahui

B di antara A dan C berarti urutan titik pada garis adalah:

$$A - B - C$$

Artinya:

- Ketiga titik segaris.
- B terletak di tengah antara A dan C.

Langkah 2 : Periksa kemungkinan C di antara A dan B

Jika C berada di antara A dan B, maka urutannya harus menjadi:

$$A - C - B$$

Artinya C harus berada di tengah antara A dan B.

Langkah 3 : Bandingkan kedua kondisi

Dari informasi awal:

$$A - B - C$$

Jika C di antara A dan B:

$$A - C - B$$

Kedua urutan ini tidak mungkin terjadi secara bersamaan, karena hanya satu titik yang dapat berada di tengah.

Kesimpulannya, tidak mungkin C berada di antara A dan B jika sudah diketahui bahwa B di antara A dan C. Relasi “antara” menentukan satu urutan yang pasti pada tiga titik segaris.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
# Representasikan posisi titik pada garis dengan bilangan
# Misal A = 0, B = 1, C = 2
A = 0
B = 1
C = 2
def is_between(x, y, z):
    # y di antara x dan z
    return (x < y < z) or (z < y < x)
print("B di antara A dan C?", is_between(A, B, C))
print("C di antara A dan B?", is_between(A, C, B))
```

Ouput

```
B di antara A dan C? True
C di antara A dan B? False
```

5. Tugas Mandiri

1. Gambar empat titik segaris A, B, C, D dan tentukan beberapa kemungkinan urutan yang benar.
2. Jika diketahui C di antara A dan D serta B di antara A dan C, tentukan urutan titik-titik tersebut.
3. Gambarkan sebuah segitiga dan sebuah garis yang memotong salah satu sisinya. Gunakan Aksioma Pasch untuk menentukan sisi lain yang dipotong.
4. Jelaskan dengan kalimat sendiri mengapa konsep “antara” penting dalam geometri terurut.

Materi 4- Sudut dan Segitiga

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan konsep sudut dan daerah dalam/luar sudut.
2. Mengidentifikasi sudut bertolak belakang dan sudut pelurus.
3. Menjelaskan daerah dalam dan luar segitiga.
4. Menggunakan sifat-sifat sudut dan segitiga untuk menyelesaikan masalah sederhana.

2. Dasar Teori Singkat

Sudut dibentuk oleh dua sinar yang memiliki titik pangkal yang sama, disebut titik sudut. Daerah yang dibatasi oleh dua sinar tersebut disebut daerah dalam sudut, sedangkan bagian lainnya disebut daerah luar sudut. Dalam geometri netral, berbagai sifat sudut dapat diturunkan dari sistem aksioma, seperti sifat sudut bertolak belakang yang sama besar dan sudut pelurus yang jumlahnya membentuk satu garis lurus.

Segitiga adalah bangun yang dibentuk oleh tiga titik tidak segaris yang dihubungkan oleh tiga ruas garis. Daerah dalam segitiga adalah himpunan titik yang berada di dalam batas ketiga sisinya, sedangkan daerah luar adalah titik-titik di luar batas tersebut. Konsep daerah dalam dan luar ini penting untuk memahami berbagai teorema dasar dalam geometri, termasuk sifat jumlah sudut segitiga dalam geometri netral.

3. Langkah Praktikum

A. Mengidentifikasi Sudut

1. Gambar dua sinar dengan titik pangkal yang sama, misalnya sinar AB dan AC.
2. Tandai sudut $\angle BAC$.
3. Arsirlah daerah dalam sudut tersebut.
4. Tentukan daerah luar sudut.

B. Sudut Bertolak Belakang

1. Gambar dua garis yang berpotongan di titik O.
2. Tandai empat sudut yang terbentuk.
3. Identifikasi pasangan sudut bertolak belakang.

C. Daerah Dalam Segitiga

1. Gambar segitiga ABC.
2. Arsirlah daerah yang berada di dalam segitiga.
3. Tandai satu titik di dalam dan satu titik di luar segitiga.
4. Tentukan apakah titik tersebut berada di daerah dalam atau luar.

4. Contoh Soal

Diberikan segitiga ABC. Titik P berada di dalam segitiga dan titik Q berada di luar segitiga.

1. Bagaimana cara menentukan bahwa P berada di daerah dalam segitiga?
2. Mengapa Q tidak termasuk daerah dalam segitiga?

Penyelesaian

Langkah 1: Daerah dalam segitiga adalah himpunan titik yang berada di antara ketiga sisi segitiga.

Langkah 2: Titik P dikatakan berada di daerah dalam segitiga jika:

- P berada pada sisi yang sama terhadap setiap sisi segitiga.
- P tidak berada di luar batas ketiga sisi.

Langkah 3: Titik Q berada di luar karena ia terletak di luar batas salah satu sisi segitiga.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import matplotlib.pyplot as plt
# Koordinat segitiga ABC
A = (0, 0)
B = (6, 0)
C = (2, 4)
# Contoh titik (ubah sesuai kebutuhan)
P = (2.5, 1.5) # di dalam
Q = (6, 3) # di luar
def sign(p1, p2, p3):
    # determinan 2D (arah/ orientasi)
```

```

    return (p1[0]-p3[0])*(p2[1]-p3[1]) - (p2[0]-
p3[0])*(p1[1]-p3[1])

def point_in_triangle(pt, a, b, c):
    d1 = sign(pt, a, b)
    d2 = sign(pt, b, c)
    d3 = sign(pt, c, a)
    has_neg = (d1 < 0) or (d2 < 0) or (d3 < 0)
    has_pos = (d1 > 0) or (d2 > 0) or (d3 > 0)
    return not (has_neg and has_pos) # True: di dalam atau
tepat di sisi
print("P di dalam segitiga?", point_in_triangle(P, A, B, C))
print("Q di dalam segitiga?", point_in_triangle(Q, A, B, C))
# Visualisasi
xs = [A[0], B[0], C[0], A[0]]
ys = [A[1], B[1], C[1], A[1]]
plt.figure(figsize=(6, 5))
plt.plot(xs, ys) # segitiga
plt.scatter([A[0], B[0], C[0]], [A[1], B[1], C[1]])
plt.text(A[0], A[1], " A", va="bottom")
plt.text(B[0], B[1], " B", va="bottom")
plt.text(C[0], C[1], " C", va="bottom")
plt.scatter(P[0], P[1], s=80)
plt.text(P[0], P[1], " P", va="bottom")
plt.scatter(Q[0], Q[1], s=80)
plt.text(Q[0], Q[1], " Q", va="bottom")
plt.gca().set_aspect("equal", adjustable="box")
plt.grid(True)
plt.show()

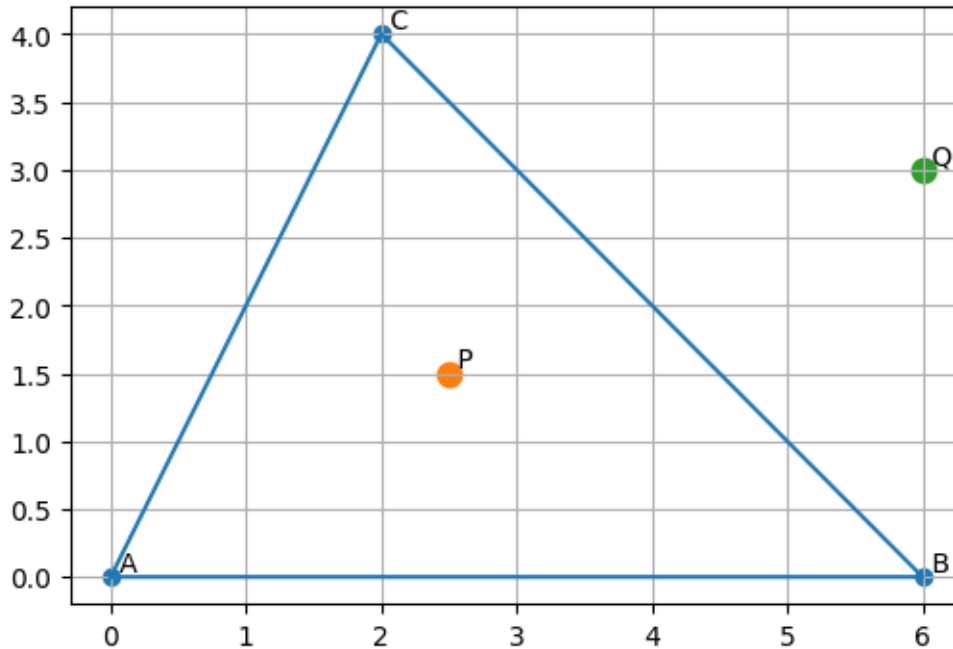
```

Output

```

P di dalam segitiga? True
Q di dalam segitiga? False

```



5. Tugas Mandiri

1. Gambar dua garis berpotongan dan tentukan semua pasangan sudut bertolak belakang.
2. Jika satu sudut pelurus bernilai 120° , tentukan besar sudut pasangannya.
3. Gambar segitiga ABC dan tentukan satu titik yang berada di dalam serta satu titik di luar segitiga.
4. Jelaskan dengan kalimat sendiri perbedaan daerah dalam dan daerah luar segitiga.

Materi 5- Kongruen

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan pengertian kekongruenan dalam geometri.
2. Mengidentifikasi dua bangun yang kongruen.
3. Menggunakan kriteria kekongruenan segitiga (SSS, SAS, ASA).
4. Menyusun pembuktian sederhana terkait kekongruenan segitiga.

2. Dasar Teori Singkat

Dua bangun dikatakan **kongruen** apabila keduanya memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Dalam geometri aksiomatik, kekongruenan didefinisikan melalui kesamaan panjang ruas garis dan kesamaan besar sudut yang bersesuaian. Pada segitiga, terdapat beberapa kriteria kekongruenan yang umum digunakan:

- **SSS (Sisi-Sisi-Sisi):** Jika tiga sisi suatu segitiga sama panjang dengan tiga sisi segitiga lain, maka kedua segitiga kongruen.
- **SAS (Sisi-Sudut-Sisi):** Jika dua sisi dan sudut apitnya sama, maka segitiga kongruen.
- **ASA (Sudut-Sisi-Sudut):** Jika dua sudut dan sisi apitnya sama, maka segitiga kongruen.

Kekongruenan memungkinkan kita menyimpulkan bahwa bagian-bagian yang bersesuaian pada kedua segitiga memiliki ukuran yang sama.

3. Langkah Praktikum

A. Mengidentifikasi Segitiga Kongruen

1. Gambar dua segitiga yang memiliki tiga sisi sama panjang.
2. Ukur panjang sisi-sisinya.
3. Tentukan apakah memenuhi kriteria SSS.

B. Membuktikan Kekongruenan

1. Gambar segitiga ABC dan DEF.
2. Misalkan:

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

$$\angle B = \angle E$$

3. Tentukan apakah kedua segitiga kongruen.
4. Sebutkan kriteria yang digunakan.

C. Analisis Bagian Bersesuaian

1. Jika $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, tuliskan pasangan titik yang bersesuaian.
2. Tentukan sisi dan sudut yang pasti sama besar.

4. Contoh Soal

Diketahui dua segitiga:

$\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan:

$$AB = DE$$

$$AC = DF$$

$$\angle A = \angle D$$

Buktikan bahwa kedua segitiga kongruen.

Penyelesaian

Langkah 1. Diketahui dua sisi yang bersesuaian sama panjang:

$$AB = DE$$

$$AC = DF$$

Langkah 2. Sudut yang diapit kedua sisi tersebut juga sama:

$$\angle A = \angle D$$

Langkah 3. Karena dua sisi dan sudut apitnya sama, maka memenuhi kriteria **SAS**.

Sehingga dapat disimpulkan, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ berdasarkan kriteria **SAS**.

5. Tugas Mandiri

1. Buat dua segitiga yang memenuhi kriteria SSS dan buktikan kekongruenannya.
2. Tentukan apakah dua segitiga dengan dua sisi sama tetapi sudut tidak sama dapat dikatakan kongruen. Jelaskan.
3. Jika $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$, tuliskan semua pasangan sisi dan sudut yang bersesuaian.
4. Jelaskan mengapa urutan penulisan nama segitiga penting dalam notasi kekongruenan.

Materi 6- Transformasi dan Isometri

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan pengertian transformasi geometri.
2. Mengidentifikasi jenis-jenis transformasi (translasi, refleksi, rotasi/setengah putaran).
3. Menentukan bayangan suatu bangun akibat transformasi.
4. Menjelaskan konsep isometri sebagai transformasi yang mempertahankan jarak.
5. Menganalisis komposisi dua transformasi sederhana.

2. Dasar Teori Singkat

Transformasi geometri adalah pemetaan dari suatu bidang ke bidang itu sendiri yang memindahkan setiap titik ke titik lain. Transformasi dapat berupa translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan), dan rotasi (perputaran). Dalam konteks geometri aksiomatik, transformasi dipahami sebagai fungsi yang memetakan titik ke titik dengan aturan tertentu. Isometri adalah transformasi yang mempertahankan jarak antar titik. Artinya, jika dua titik berjarak tertentu sebelum transformasi, maka jaraknya tetap sama setelah transformasi. Translasi, refleksi, dan rotasi merupakan contoh isometri karena tidak mengubah bentuk maupun ukuran bangun. Konsep transformasi membantu memahami kekongruenan sebagai hasil dari suatu isometri, serta memberikan pendekatan struktural terhadap kesamaan bangun.

3. Langkah Praktikum

A. Translasi

1. Gambar segitiga ABC pada bidang koordinat.
2. Tentukan vektor translasi, misalnya $(2, 1)$.
3. Geser setiap titik sesuai vektor tersebut.
4. Tentukan koordinat bayangan A' , B' , dan C' .
5. Bandingkan panjang sisi sebelum dan sesudah translasi.

B. Refleksi

1. Gambar segitiga ABC.
2. Tentukan garis cermin, misalnya sumbu-x.
3. Tentukan bayangan setiap titik terhadap garis tersebut.

4. Periksa apakah panjang sisi tetap sama.

D. Rotasi (Setengah Putaran)

1. Gambar titik A.
2. Lakukan rotasi 180° terhadap titik pusat O.
3. Tentukan posisi bayangan A'.
4. Amati hubungan posisi A dan A'.

4. **Contoh Soal**

Diketahui segitiga ABC dengan koordinat:

A(1, 2)

B(3, 2)

C(2, 4)

Segitiga tersebut ditranslasi dengan vektor (2, -1).

1. Tentukan koordinat bayangan segitiga.
2. Jelaskan apakah transformasi tersebut merupakan isometri.

Penyelesaian

Langkah 1. Pahami arti translasi

Vektor translasi (2, -1) berarti:

- Setiap titik digeser 2 satuan ke kanan.
- Setiap titik digeser 1 satuan ke bawah.

Secara umum:

$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$$

Langkah 2. Hitung bayangan tiap titik

Titik A(1,2)

Tambahkan 2 pada x dan kurangi 1 pada y:

$$A' = (1 + 2, 2 - 1) = (3, 1)$$

Titik B(3,2)

$$B' = (3 + 2, 2 - 1) = (5, 1)$$

Titik C(2,4)

$$C' = (2 + 2, 4 - 1) = (4, 3)$$

Langkah 3. Tulis hasil akhir

Koordinat bayangan segitiga adalah:

A'(3,1)

B'(5,1)

C'(4,3)

Langkah 4. Periksa apakah panjang sisi berubah

Translasi hanya menggeser posisi titik tanpa mengubah jarak antar titik.

Artinya:

- Panjang AB = panjang A'B'
- Panjang BC = panjang B'C'
- Panjang AC = panjang A'C'

Karena semua panjang sisi tetap, maka bentuk dan ukuran segitiga tidak berubah.

Sehingga dapat disimpulkan, translasi adalah **isometri** karena :

- Mempertahankan jarak
- Mempertahankan bentuk
- Mempertahankan ukuran

Segitiga hasil translasi kongruen dengan segitiga semula.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Titik awal
A = np.array([1, 2])
B = np.array([3, 2])
C = np.array([2, 4])
# Vektor translasi
v = np.array([2, -1])
# Bayangan setelah translasi
A_prime = A + v
```

```

B_prime = B + v
C_prime = C + v
print("Koordinat bayangan:")
print("A' =", A_prime)
print("B' =", B_prime)
print("C' =", C_prime)
# Fungsi menghitung panjang sisi
def distance(P, Q):
    return np.linalg.norm(P - Q)
# Panjang sisi sebelum translasi
AB = distance(A, B)
BC = distance(B, C)
AC = distance(A, C)
# Panjang sisi sesudah translasi
A_B_prime = distance(A_prime, B_prime)
B_C_prime = distance(B_prime, C_prime)
A_C_prime = distance(A_prime, C_prime)
print("\nPanjang sisi sebelum translasi:")
print("AB =", AB)
print("BC =", BC)
print("AC =", AC)
print("\nPanjang sisi sesudah translasi:")
print("A'B' =", A_B_prime)
print("B'C' =", B_C_prime)
print("A'C' =", A_C_prime)
# Visualisasi
plt.figure(figsize=(6,6))
# Segitiga awal
plt.plot([A[0], B[0], C[0], A[0]],
         [A[1], B[1], C[1], A[1]],
         label="Segitiga ABC")

```

```

# Segitiga bayangan
plt.plot([A_prime[0], B_prime[0], C_prime[0], A_prime[0]],
         [A_prime[1], B_prime[1], C_prime[1], A_prime[1]],
         linestyle="--",
         label="Segitiga A'B'C'")
plt.scatter(*A, label="A")
plt.scatter(*B, label="B")
plt.scatter(*C, label="C")
plt.scatter(*A_prime, label="A'")
plt.scatter(*B_prime, label="B'")
plt.scatter(*C_prime, label="C'")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
plt.show()

```

Output

Koordinat bayangan:

A' = [3 1]

B' = [5 1]

C' = [4 3]

Panjang sisi sebelum translasi:

AB = 2.0

BC = 2.23606797749979

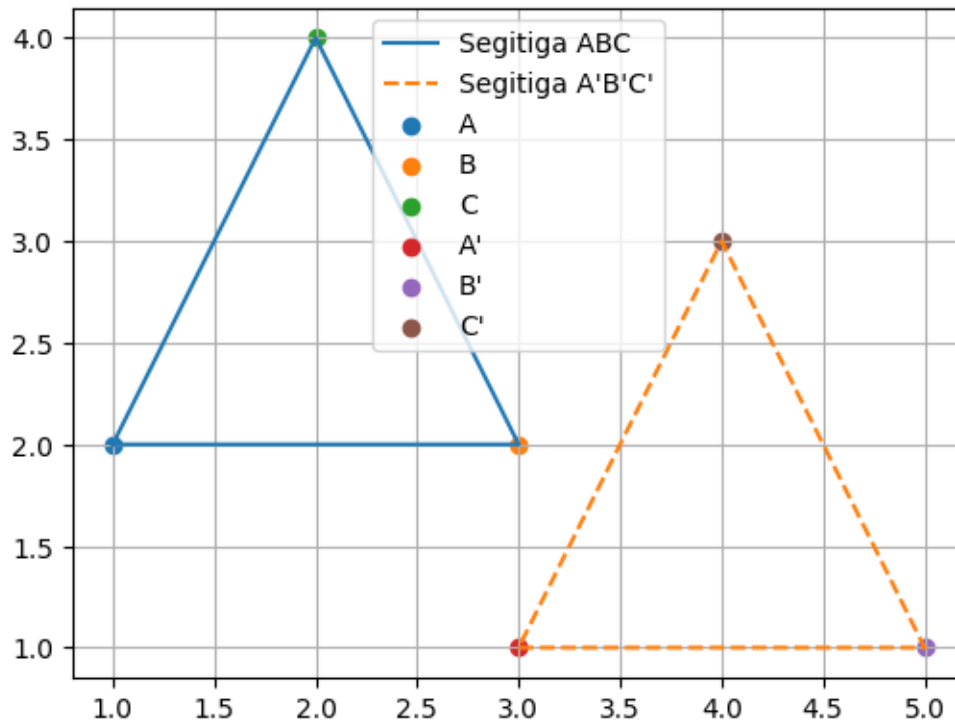
AC = 2.23606797749979

Panjang sisi sesudah translasi:

A'B' = 2.0

B'C' = 2.23606797749979

A'C' = 2.23606797749979



5. Tugas Mandiri

1. Gambar suatu segitiga dan lakukan refleksi terhadap sumbu-y. Tentukan koordinat bayangannya.
2. Lakukan rotasi 180° terhadap titik pusat (0,0) pada suatu titik (a,b). Tentukan rumus umumnya.
3. Jelaskan mengapa translasi dan refleksi termasuk isometri.
4. Apakah dilatasi termasuk isometri? Jelaskan alasan Anda.

DAFTAR PUSTAKA

Rawuh. 2011. BMP MATA4221 Geometri. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.

Martin. 1932. *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*.