PANDUAN PRAKTIKUM

MATA4213 METODE NUMERIK

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS TERBUKA
2023

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmat dan karunia-Nya Panduan Praktikum Mata Kuliah **MATA4213 Metode Numerik** ini dapat disusun dan diselesaikan dengan baik. Panduan praktikum ini disusun sebagai penunjang pelaksanaan mata kuliah Metode Numerik pada Program Studi S1 Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Terbuka.

Mata kuliah Metode Numerik membahas berbagai metode aproksimasi yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan matematika yang sulit atau tidak dapat diselesaikan secara analitik. Melalui kegiatan praktikum, mahasiswa diarahkan untuk memahami konsep dasar, prosedur, serta langkah-langkah algoritmik dari setiap metode numerik, sekaligus mampu menganalisis galat dan menginterpretasikan hasil yang diperoleh.

Panduan praktikum ini disusun dengan mengacu pada Rancangan Pembelajaran Semester (RPS) Mata Kuliah MATA4213 Metode Numerik serta Bahan Ajar Mata Kuliah (BMP) yang digunakan di Universitas Terbuka. Penyusunan panduan ini juga disesuaikan dengan karakteristik pendidikan jarak jauh, sehingga dirancang agar dapat digunakan secara mandiri, sistematis, dan mudah dipahami oleh mahasiswa.

Diharapkan panduan praktikum ini dapat membantu mahasiswa dalam mengaitkan konsep teoritis yang dipelajari dengan penerapan metode numerik secara praktis, serta mendukung pencapaian Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK). Selain itu, panduan ini diharapkan dapat menjadi acuan bagi dosen dan tutor dalam membimbing pelaksanaan praktikum Metode Numerik.

Kami menyadari bahwa panduan praktikum ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan masukan yang bersifat konstruktif sangat diharapkan demi penyempurnaan panduan ini di masa mendatang. Semoga panduan praktikum ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi positif dalam meningkatkan kualitas pembelajaran mata kuliah Metode Numerik.

Tangerang Selatan, Desember 2023

Ketua Program Studi Matematika
Universitas Terbuka

Dra. Asmara Iriani Tarigan, M.Si.
NIP. 196601011997032001

BAB I
PENDAHULUAN

A. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah MATA4213 Metode Numerik ini menyajikan berbagai metode pendekatan (numerik) yang banyak digunakan dalam bidang matematika terapan. Pembahasannya meliputi masalah galat, algoritma dan konvergensi, solusi persamaan, sistem persamaan linear, interpolasi polinomial, diferensial dan integral numerik, dan masalah nilai awal persamaan diferensial biasa (PDB) dan masalah nilai batas PDB. Melalui mata kuliah ini, mahasiswa diharapkan dapat menerapkan berbagai metode numerik untuk menyelesaikan berbagai persoalan dalam bidang matematika terapan. Bahan ajar yang digunakan adalah MATA4213 Metode Numerik (Edisi 3).

B. Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi menuntut penyelesaian berbagai permasalahan matematika yang semakin kompleks. Banyak permasalahan nyata dalam bidang sains, teknik, dan ekonomi yang tidak dapat diselesaikan secara eksak menggunakan metode analitik. Kondisi ini mendorong penggunaan metode numerik sebagai pendekatan alternatif melalui proses aproksimasi yang sistematis dan terkontrol.

Metode numerik memanfaatkan algoritma perhitungan untuk memperoleh solusi hampiran dengan tingkat ketelitian tertentu. Oleh karena itu, pemahaman terhadap konsep galat, konvergensi, dan stabilitas metode menjadi aspek penting dalam penerapan metode numerik. Mahasiswa tidak hanya dituntut untuk mampu melakukan perhitungan, tetapi juga memahami proses, keterbatasan, serta interpretasi hasil yang diperoleh.

Dalam konteks pembelajaran matematika di perguruan tinggi, metode numerik berperan penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, sistematis, dan terstruktur. Melalui metode numerik, mahasiswa dilatih untuk menyusun langkah penyelesaian masalah secara algoritmik dan melakukan evaluasi terhadap solusi yang dihasilkan. Hal ini sejalan dengan capaian pembelajaran lulusan Program Studi Matematika yang menekankan penguasaan pemikiran matematis dari tahap prosedural hingga analitis.

C. Tujuan Mata Kuliah

Tujuan mata kuliah MATA4213 Metode Numerik adalah membekali mahasiswa agar mampu menerapkan berbagai metode numerik untuk menyelesaikan permasalahan matematika terapan secara sistematis dan bertanggung jawab, serta mampu menganalisis ketelitian dan keakuratan solusi yang diperoleh.

D. Tujuan Panduan

Panduan praktikum MATA4213 Metode Numerik ini disusun dengan tujuan untuk:

1. Memberikan petunjuk praktis dan sistematis dalam pelaksanaan kegiatan praktikum mata kuliah MATA4213 Metode Numerik secara mandiri.
2. Membantu mahasiswa melaksanakan pembelajaran secara mandiri sesuai dengan karakteristik pendidikan jarak jauh Universitas Terbuka.
3. Mengarahkan mahasiswa dalam menerapkan konsep dan metode numerik ke dalam penyelesaian masalah secara terstruktur.
4. Menjadi acuan bagi mahasiswa, dosen, dan tutor dalam pelaksanaan dan evaluasi kegiatan praktikum mandiri.

E. Capaian Mata Kuliah

Setelah mengikuti kegiatan praktikum mata kuliah MATA4213 Metode Numerik secara mandiri, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Memahami prinsip dasar dan karakteristik berbagai metode numerik.
2. Menerapkan metode numerik untuk menyelesaikan permasalahan matematika terapan.
3. Menganalisis galat serta mengevaluasi keakuratan hasil perhitungan numerik.
4. Menginterpretasikan hasil penyelesaian masalah numerik secara logis dan sistematis.

Capaian mata kuliah ini mendukung pencapaian capaian pembelajaran lulusan Program Studi Matematika, khususnya dalam pengembangan kemampuan berpikir matematis dan pemecahan masalah.

F. Modus Pelaksanaan Praktikum

Kegiatan praktikum mata kuliah MATA4213 Metode Numerik dilaksanakan dengan sistem pembelajaran jarak jauh dan mandiri. Mahasiswa mempelajari materi praktikum secara mandiri dengan berpedoman pada panduan ini serta bahan ajar yang telah disediakan. Pelaksanaan praktikum didukung melalui kegiatan Tutorial Online (Tuton) yang berfungsi sebagai sarana pembimbingan, diskusi, dan klarifikasi materi.

Dalam kegiatan praktikum ini, penekanan diberikan pada pemahaman konsep, prosedur, dan langkah algoritmik metode numerik. Penggunaan perangkat lunak atau alat bantu komputasi bersifat opsional dan tidak menjadi fokus utama, sehingga mahasiswa tetap diarahkan untuk memahami metode numerik secara konseptual..

G. Sumber Materi

Pada proses pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4213 Metode Numerik, mahasiswa perlu memperkaya wawasan baik ilmu teori maupun ilmu teknis yang digunakan sebagai dasar dalam penyelesaian tugas–tugas praktikum. Beberapa referensi yang dapat digunakan sebagai bahan pengayaan diantaranya:

1) Imron, C. 2023. *BMP MATA4213 Metode Numerik*. Tangerang Selatan, Universitas Terbuka
2) Sauer, T. 2018. *Numerical Analysis* (3rd ed.). Boston: Pearson.

BAB II
KEGIATAN PRAKTIKUM

Bab ini memuat daftar materi praktikum mata kuliah MATA4213 Metode Numerik yang disusun mengacu pada Rancangan Pembelajaran Semester (RPS) dan BMP Metode Numerik. Materi praktikum dirancang untuk membantu mahasiswa memahami dan menerapkan metode numerik secara sistematis melalui kegiatan belajar mandiri dan terbimbing. Setiap materi praktikum menekankan pemahaman konsep dasar, prosedur perhitungan, serta analisis hasil dan galat dari metode numerik yang digunakan.

Tabel 1. Daftar Materi Praktikum Mata Kuliah MATA4213 Metode Numerik

No	Materi	Sub Materi	Referensi
1	Galat, Algoritma, dan Konvergensi	Galat, Algoritma, dan Konvergensi	Modul 1
2	Solusi Persamaan Nonlinear	Solusi Persamaan Nonlinear	Modul 2
3	Solusi Akar Polinomial	Solusi Akar Polinomial	Modul 3
4	Sistem Persamaan Linear	Metode iterative dan dekomposisi	Modul 4-5
5	Interpolasi Polinomial	Interpolasi Polinomial	Modul 6-7
6	Diferensiasi Numerik	Diferensiasi Numerik	Modul 8
7	Integrasi Numerik	Integrasi Numerik	Modul 9
8	Masalah Nilai Awal PDB	Masalah Nilai Awal PDB	Modul 10-11
9	Masalah Nilai Batas PDB	Masalah Nilai Batas PDB	Modul 12

Materi praktikum tersebut dilaksanakan secara bertahap sesuai urutan pembelajaran pada RPS. Mahasiswa diharapkan mempelajari setiap materi praktikum secara mandiri dengan berpedoman pada panduan ini dan bahan ajar yang tersedia, serta mengikuti kegiatan tutorial sebagai sarana diskusi dan pendalaman materi.

Materi 1- Galat, Algoritma, dan Konvergensi

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menghitung galat mutlak dan galat relatif dari suatu aproksimasi.

b. Menerapkan algoritma dalam metode numerik.

c. Mengidentifikasi jenis konvergensi suatu metode numerik.

2. Dasar Teori Singkat

Dalam metode numerik, solusi suatu permasalahan umumnya diperoleh dalam bentuk aproksimasi, bukan nilai eksak. Perbedaan antara nilai eksak dan nilai aproksimasi disebut galat. Galat dapat muncul akibat pembulatan bilangan, pemotongan proses iterasi, maupun keterbatasan representasi bilangan pada sistem komputasi. Algoritma numerik merupakan sekumpulan langkah terstruktur dan berhingga yang digunakan untuk memperoleh solusi aproksimasi. Keberhasilan suatu algoritma numerik sangat bergantung pada sifat konvergensi, yaitu kecenderungan solusi aproksimasi mendekati solusi eksak ketika jumlah iterasi ditingkatkan atau parameter langkah diperkecil.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan suatu nilai eksak dari bilangan atau hasil perhitungan tertentu.
2. Tentukan satu atau lebih nilai aproksimasi dari nilai eksak tersebut.
3. Hitung galat mutlak dan galat relatif untuk setiap aproksimasi.
4. Amati perubahan galat terhadap perubahan tingkat pembulatan atau iterasi.
5. Tentukan apakah proses aproksimasi menunjukkan sifat konvergen atau tidak.

4. Contoh

Diketahui nilai eksak suatu bilangan adalah $\sqrt{2}$. Suatu pendekatan numerik memberikan nilai hampiran 1,41.

Tentukan: a. Galat absolut b. Galat relatif

Penyelesaian :

Diketahui:

Nilai eksak: $x = \sqrt{2} = 1{,}41421356$

Nilai aproksimasi: $x* = 1{,}41$

Langkah 1. Menghitung galat mutlak

Galat mutlak didefinisikan sebagai: $|x - x*|$

sehingga diperoleh:

$$|1{,}41421356 - 1{,}41| = 0{,}00421356$$

Jadi, galat mutlaknya adalah 0,00421356.

Langkah 2. Menghitung galat relatif

Galat relatif didefinisikan sebagai: $\frac{|x - x*|}{|x|}$

sehingga diperoleh:

$$\frac{0{,}00421356}{1{,}41421356} \approx 0{,}00298$$

Dengan demikian, galat relatifnya sekitar 0,00298 atau 0,298%.

Langkah 3. Interpretasi hasil

Semakin banyak digit desimal yang digunakan dalam aproksimasi, semakin kecil nilai galat yang diperoleh. Hal ini menunjukkan bahwa aproksimasi semakin mendekati nilai eksak.

Praktikum dengan Aplikasi

Selain perhitungan manual, mahasiswa diminta melakukan verifikasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
x = np.sqrt(2)
x_approx = 1.41
error_absolute = abs(x - x_approx)
error_relative = abs((x - x_approx)/x)
print("Galat mutlak:", error_absolute)
print("Galat relatif:", error_relative)
```

Output

```
Galat mutlak: 0.004213562373095225
```

```
Galat relatif: 0.0029794385269681155
```

Mahasiswa diminta membandingkan hasil komputasi dengan perhitungan manual serta menyimpulkan pengaruh jumlah digit terhadap besar galat.

5. Tugas Mandiri

1) Tentukan nilai aproksimasi dari π dengan dua, tiga, dan empat angka desimal.
2) Hitung galat mutlak dan galat relatif untuk setiap aproksimasi.
3) Bandingkan hasil galat yang diperoleh dan jelaskan hubungan antara galat dan tingkat ketelitian.
4) Jelaskan secara singkat peran konvergensi dalam metode numerik.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menuliskan langkah perhitungan secara sistematis dan memberikan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh, bukan hanya menyajikan hasil numerik semata.

Materi 2- Solusi Persamaan Nonlinear

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menyelesaikan permasalahan persamaan nonlinear dan karakteristik solusinya.
b. Menerapkan metode numerik untuk menentukan akar persamaan nonlinear.
c. Menganalisis proses iterasi dan konvergensi metode yang digunakan.
d. Membandingkan hasil pendekatan numerik yang diperoleh.

2. Dasar Teori Singkat

Persamaan nonlinear adalah persamaan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk linear terhadap variabelnya. Secara umum, persamaan nonlinear dituliskan dalam bentuk

$$f(x) = 0.$$

Banyak persamaan nonlinear tidak memiliki solusi analitik yang dapat dinyatakan secara eksplisit, sehingga diperlukan metode numerik untuk menentukan akar persamaan tersebut. Metode numerik untuk menyelesaikan persamaan nonlinear umumnya bersifat iteratif. Berdasarkan cara penentuan akar, metode tersebut dapat dibedakan menjadi metode tertutup (menggunakan selang yang memuat akar) dan metode terbuka (menggunakan tebakan awal). Keberhasilan metode sangat bergantung pada pemilihan tebakan awal serta sifat konvergensi metode yang digunakan.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan persamaan nonlinear yang akan diselesaikan dalam bentuk $f(x) = 0$.
2. Tentukan interval atau tebakan awal yang sesuai.
3. Terapkan metode numerik yang dipilih untuk memperoleh nilai hampiran akar.
4. Lakukan iterasi hingga memenuhi kriteria penghentian yang ditetapkan.
5. Amati dan analisis konvergensi solusi yang diperoleh.

4. Contoh

Diberikan persamaan nonlinear

$$f(x) = x^2 - 2 = 0$$

Persamaan ini memiliki akar $x = \sqrt{2}$. Akan dicari akar persamaan tersebut secara numerik menggunakan metode bagi dua.

Langkah 1: Menentukan interval awal

Dipilih interval $[1,2]$ karena

$$f(1) = -1 < 0 \text{ dan } f(2) = 2 > 0,$$

sehingga terdapat akar pada interval tersebut.

Langkah 2: Proses iterasi

Iterasi	a	b	$c = \frac{a+b}{2}$	f(c)
1	1,000	2,000	1,500	0,250
2	1,000	1,500	1,250	−0,438
3	1,250	1,500	1,375	−0,109
4	1,375	1,500	1,438	0,067
5	1,375	1,438	1,406	−0,022

Proses iterasi dilanjutkan hingga selang $[a, b]$ cukup kecil atau galat memenuhi kriteria penghentian.

Langkah 3: Solusi akhir

Dari hasil iterasi diperoleh solusi hampiran:

$$x \approx 1{,}41$$

Nilai ini merupakan aproksimasi akar dari persamaan $x^2 - 2 = 0$.

Semakin banyak iterasi dilakukan, selang yang memuat akar semakin kecil dan nilai hampiran semakin mendekati solusi eksak. Hal ini menunjukkan bahwa metode bagi dua bersifat konvergen.

Praktikum dengan Aplikasi

Untuk memperkuat pemahaman metode bagi dua, mahasiswa diminta melakukan implementasi menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook)

Input

```
import numpy as np
def f(x):
```

```
    return x**2 - 2
a = 1
b = 2
for i in range(6):
    c = (a + b) / 2
    print(f"Iterasi {i+1}: c = {c}, f(c) = {f(c)}")
    if f(a) * f(c) < 0:
        b = c
    else:
        a = c
print("Akar hampiran:", c)
```

Output

```
Iterasi 1: c = 1.5, f(c) = 0.25
Iterasi 2: c = 1.25, f(c) = -0.4375
Iterasi 3: c = 1.375, f(c) = -0.109375
Iterasi 4: c = 1.4375, f(c) = 0.06640625
Iterasi 5: c = 1.40625, f(c) = -0.0224609375
Iterasi 6: c = 1.421875, f(c) = 0.021728515625
Akar hampiran: 1.421875
```

Dari hasil praktikum aplikasi, mahasiswa dapat mengamati bahwa semakin banyak iterasi dilakukan, semakin mendekati nilai $\sqrt{2}$ sebagai akar persamaan.

5. Tugas Mandiri

1. Tentukan akar dari persamaan $f(x) = x^3 - x - 1 = 0.$ menggunakan salah satu metode numerik yang telah dipelajari.
2. Tunjukkan langkah-langkah iterasi yang dilakukan hingga diperoleh solusi hampiran.
3. Tentukan galat dari hasil aproksimasi yang diperoleh.
4. Jelaskan pengaruh pemilihan tebakan awal terhadap kecepatan konvergensi metode.

Catatan

Dalam menyelesaikan persamaan nonlinear secara numerik, mahasiswa diharapkan memperhatikan proses iterasi dan sifat konvergensi metode, serta mampu memberikan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh.

Materi 3- Solusi Akar Polinomial

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menyelesaikan permasalahan penentuan akar polinomial.
b. Menerapkan metode numerik untuk menentukan akar-akar polinomial.
c. Menyusun langkah iterasi secara sistematis dalam penyelesaian numerik.
d. Menganalisis hasil aproksimasi akar polinomial yang diperoleh.

2. Dasar Teori Singkat

Persamaan polinomial adalah persamaan dalam bentuk :

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0,$$

dengan $a_n \neq 0$. Untuk polinomial derajat tinggi, solusi analitik sering kali sulit atau tidak praktis untuk digunakan, sehingga diperlukan metode numerik. Metode numerik untuk mencari akar polinomial umumnya bersifat iteratif dan dapat memanfaatkan satu atau lebih akar yang telah diketahui untuk memperoleh akar berikutnya. Keberhasilan metode sangat bergantung pada pemilihan tebakan awal dan sifat konvergensi metode yang digunakan.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan persamaan polinomial yang akan dicari akarnya.
2. Tentukan tebakan awal atau nilai pendekatan awal yang sesuai.
3. Terapkan metode numerik untuk memperoleh akar polinomial secara iteratif.
4. Lanjutkan iterasi hingga diperoleh ketelitian yang diinginkan.
5. Interpretasikan hasil aproksimasi akar yang diperoleh.

4. Contoh

Diberikan persamaan polinomial

$$p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0.$$

Akan ditentukan akar-akar polinomial tersebut secara numerik.

<u>Langkah 1: Menentukan akar awal</u>

Dengan mencoba beberapa nilai, diperoleh:

$$p(1) = 0,$$

sehingga $x = 1$ merupakan salah satu akar.

Langkah 2: Menurunkan derajat polynomial

Setelah satu akar diketahui, polinomial dapat difaktorkan menjadi:

$$(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0.$$

Langkah 3: Menentukan akar polinomial sisa

Untuk polinomial

$$x^2 - 5x + 6 = 0,$$

dapat digunakan metode numerik sederhana atau pengamatan langsung.

Dengan mencoba nilai:

$$p(2) = 0 \text{ dan } p(3) = 0,$$

maka diperoleh dua akar lainnya, yaitu $x = 2$ dan $x = 3$.

Solusi Akhir

Akar-akar polinomial $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$adalah:

$$x = 1, 2, 3.$$

Contoh ini menunjukkan bahwa pencarian akar polinomial dapat dilakukan secara bertahap. Setelah satu akar diperoleh, derajat polinomial dapat diturunkan untuk mencari akar-akar berikutnya. Pendekatan ini mempermudah penyelesaian numerik, terutama untuk polinomial berderajat lebih tinggi.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
import numpy as np
# Koefisien polinomial x^3 - 6x^2 + 11x - 6
coef = [1, -6, 11, -6]
# Menghitung akar-akar polinomial
roots = np.roots(coef)
```

```
print("Akar-akar polinomial:")
print(roots)
```

Output

```
Akar-akar polinomial:
[3. 2. 1.]
```

5. Tugas Mandiri

1. Tentukan akar-akar dari polinomial

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

   dengan menggunakan pendekatan numerik.

2. Tunjukkan langkah-langkah perhitungan yang dilakukan.
3. Jelaskan bagaimana pengetahuan satu akar dapat membantu menemukan akar lainnya.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai penyelesaian akar polinomial secara numerik.

Materi 4- Sistem Persamaan Linear

1. **Tujuan Praktikum**

   Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

   a. Menyusun sistem persamaan linear dalam bentuk matriks.

   b. Menerapkan metode numerik untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

   c. Menganalisis hasil solusi numerik yang diperoleh.

2. **Dasar Teori Singkat**

   Sistem persamaan linear adalah sekumpulan persamaan linear yang dapat dinyatakan dalam bentuk

$$Ax = b,$$

   dengan A matriks koefisien, x vektor variabel, dan b vektor konstanta. Untuk sistem berukuran besar, penyelesaian secara analitik menjadi tidak efisien sehingga diperlukan metode numerik.

   Metode numerik untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dapat dibedakan menjadi metode langsung dan metode iteratif. Metode langsung memperoleh solusi dalam sejumlah langkah tertentu, sedangkan metode iteratif menghasilkan solusi secara bertahap melalui proses iterasi hingga memenuhi kriteria konvergensi.

3. **Langkah Praktikum**

   1. Nyatakan sistem persamaan linear dalam bentuk matriks.
   2. Tentukan metode numerik yang akan digunakan.
   3. Lakukan proses perhitungan atau iterasi sesuai metode yang dipilih.
   4. Tentukan solusi hampiran sistem persamaan linear.
   5. Lakukan interpretasi terhadap hasil solusi yang diperoleh.

6. **Contoh**

   Diberikan sistem persamaan linear:

$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3y = 6. \end{cases}$$

Sistem ini akan diselesaikan menggunakan metode eliminasi.

<u>Langkah 1: Eliminasi salah satu variabel</u>

Kalikan persamaan kedua dengan 2 sehingga diperoleh:

$$2x + 6y = 12.$$

Kurangkan persamaan pertama:

$$(2x + 6y) - (2x + y) = 12 - 5,$$

sehingga

$$5y = 7 \Rightarrow y = 1{,}4.$$

<u>Langkah 2: Menentukan variabel lainnya</u>

Substitusikan nilai y ke persamaan pertama:

$$2x + 1{,}4 = 5,$$

maka

$$2x = 3{,}6 \Rightarrow x = 1{,}8.$$

<u>Solusi Akhir</u>

Solusi sistem persamaan linear tersebut adalah:

$$x = 1{,}8 \text{ dan } y = 1{,}4.$$

Contoh ini menunjukkan bahwa sistem persamaan linear dapat diselesaikan secara numerik melalui proses eliminasi yang sistematis. Untuk sistem berukuran lebih besar, metode numerik sangat diperlukan karena penyelesaian secara manual menjadi tidak efisien.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
import numpy as np
A = np.array([[2.0, 1.0],
              [1.0, 3.0]])
b = np.array([5.0, 6.0])
sol = np.linalg.solve(A, b)
```

```
x, y = sol
print("Solusi (NumPy solve):")
print("x =", x)
print("y =", y)
```

Output

```
Solusi (NumPy solve):
x = 1.8
y = 1.4
```

7. Tugas Mandiri

1. Selesaikan sistem persamaan linear berikut secara numerik:

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 2x + 4y = 10. \end{cases}$$

2. Tunjukkan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan.
3. Jelaskan perbedaan metode langsung dan metode iteratif dalam penyelesaian sistem persamaan linear.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai pentingnya metode numerik untuk sistem persamaan linear berukuran besar.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menyajikan langkah perhitungan secara runtut dan memberikan interpretasi terhadap solusi yang diperoleh.

Materi 5- Interpolasi Polinomial

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menyusun polinomial interpolasi dari sekumpulan titik data.
b. Menerapkan metode interpolasi polinomial untuk menentukan nilai hampiran.
c. Menganalisis hasil interpolasi yang diperoleh.

2. Dasar Teori Singkat

Interpolasi polinomial merupakan metode numerik yang digunakan untuk membangun suatu polinomial yang melalui sejumlah titik data yang diketahui. Jika diberikan $n + 1$ titik data yang berbeda, maka terdapat tepat satu polinomial berderajat paling tinggi n yang melalui seluruh titik tersebut. Interpolasi polinomial sering digunakan untuk memperkirakan nilai fungsi di suatu titik yang tidak tercantum dalam data. Metode ini banyak dimanfaatkan dalam pemodelan data dan aproksimasi fungsi.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan titik-titik data yang akan digunakan dalam interpolasi.
2. Pilih metode interpolasi polinomial yang sesuai.
3. Susun polinomial interpolasi berdasarkan data yang diberikan.
4. Gunakan polinomial tersebut untuk menghitung nilai hampiran pada titik tertentu.
5. Interpretasikan hasil interpolasi yang diperoleh.

4. Contoh

Diberikan tiga titik data:

$$(1,2), (2,3), (3,5)$$

Akan ditentukan polinomial interpolasi yang melalui ketiga titik tersebut dan nilai hampiran fungsi pada $x = 2,5$.

<u>Langkah 1: Menyusun polinomial interpolasi</u>

Dengan menggunakan polinomial interpolasi derajat dua, diperoleh:

$$P(x) = ax^2 + bx + c.$$

Substitusikan ketiga titik data:

$$\begin{cases} a + b + c = 2, \\ 4a + 2b + c = 3, \\ 9a + 3b + c = 5. \end{cases}$$

<u>Langkah 2: Menyelesaikan sistem persamaan</u>

Dari sistem tersebut diperoleh:

$$a = 0{,}5, b = -0{,}5, c = 2.$$

Sehingga polinomial interpolasinya adalah:

$$P(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}5x + 2.$$

<u>Langkah 3: Menggunakan polinomial interpolasi</u>

Nilai hampiran fungsi pada $x = 2{,}5$ adalah:

$$P(2{,}5) = 0{,}5(2{,}5)^2 - 0{,}5(2{,}5) + 2 = 3{,}875.$$

Polinomial interpolasi yang diperoleh dapat digunakan untuk memperkirakan nilai fungsi pada titik-titik lain di sekitar data yang tersedia. Namun, penggunaan interpolasi polinomial derajat tinggi perlu dilakukan dengan hati-hati karena dapat menimbulkan osilasi.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Langkah 1 – Menentukan Polinom Interpolasi

Karena terdapat 3 titik, maka polinom yang dibentuk adalah polinom derajat 2.

Input

```
import numpy as np
# Titik data
x = np.array([1, 2, 3])
y = np.array([2, 3, 5])
# Menentukan koefisien polinom derajat 2
coef = np.polyfit(x, y, 2)
# Membentuk fungsi polinom
```

```
p = np.poly1d(coef)
print("Polinom interpolasi:")
print(p)
```

Output

```
Polinom interpolasi:
     2
0.5 x - 0.5 x + 2
```

Langkah 2 – Menentukan Nilai Hampiran pada $\boldsymbol{x = 2,5}$

Input

```
x_target = 2.5
nilai_hampiran = p(x_target)
print("Nilai hampiran pada x = 2.5:")
print(nilai_hampiran)
```

Output

```
Nilai hampiran pada x = 2.5:
3.8749999999999998
```

5. Tugas Mandiri

1. Tentukan polinomial interpolasi yang melalui titik-titik data:

$$(0,1), (1,3), (2,2)$$

2. Gunakan polinomial tersebut untuk menghitung nilai hampiran fungsi pada $x = 1{,}5$.
3. Jelaskan pengaruh jumlah titik data terhadap derajat polinomial interpolasi.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai kegunaan interpolasi polinomial.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menuliskan proses penyusunan polinomial secara sistematis dan memberikan interpretasi terhadap hasil interpolasi yang diperoleh.

Materi 6- Diferensiasi Numerik

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menghitung turunan fungsi secara numerik menggunakan pendekatan selisih hingga.
b. Menganalisis galat aproksimasi pada diferensiasi numerik.
c. Menginterpretasikan hasil diferensiasi numerik yang diperoleh.

2. Dasar Teori Singkat

Diferensiasi numerik digunakan untuk mendekati nilai turunan suatu fungsi pada titik tertentu berdasarkan nilai fungsi di beberapa titik di sekitarnya. Metode ini digunakan ketika turunan analitik sulit diperoleh atau ketika fungsi hanya diketahui dalam bentuk data diskrit. Pendekatan diferensiasi numerik yang umum digunakan adalah selisih maju, selisih mundur, dan selisih pusat. Ketelitian hasil sangat dipengaruhi oleh ukuran langkah (h) yang digunakan.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan fungsi yang akan diturunkan dan titik evaluasi.
2. Tentukan ukuran langkah h yang sesuai.
3. Pilih rumus diferensiasi numerik yang akan digunakan.
4. Hitung nilai turunan numerik fungsi.
5. Analisis pengaruh ukuran langkah terhadap hasil aproksimasi.

4. Contoh

Diberikan fungsi

$$f(x) = x^2,$$

akan ditentukan nilai turunan fungsi tersebut pada $x = 2$ secara numerik dengan ukuran langkah $h = 0{,}1$.

<u>Langkah 1: Selisih pusat</u>

Rumus selisih pusat:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Substitusi nilai:

$$f'(2) \approx \frac{f(2{,}1) - f(1{,}9)}{2(0{,}1)}.$$

Hitung nilai fungsi:

$$f(2{,}1) = 4{,}41, f(1{,}9) = 3{,}61.$$

Sehingga:

$$f'(2) \approx \frac{4{,}41 - 3{,}61}{0{,}2} = 4.$$

Langkah 2 : Solusi Akhir

Nilai turunan fungsi $f(x) = x^2$ pada $x = 2$ secara numerik adalah:

$$f'(2) \approx 4.$$

Nilai ini sama dengan turunan analitiknya, sehingga pendekatan numerik memberikan hasil yang sangat baik untuk kasus ini.

Interpretasi

Pendekatan selisih pusat umumnya memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan selisih maju atau selisih mundur untuk ukuran langkah yang sama. Namun, pemilihan ukuran langkah yang terlalu kecil atau terlalu besar dapat memengaruhi ketelitian hasil.

import numpy as np

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
# Definisi fungsi
def f(x):
    return x**2
# Parameter
x = 2
```

```
h = 0.1
# Turunan maju
forward = (f(x + h) - f(x)) / h

# Turunan mundur
backward = (f(x) - f(x - h)) / h
# Turunan pusat
central = (f(x + h) - f(x - h)) / (2*h)
# Nilai eksak
exact = 2*x
print("Turunan maju:", forward)
print("Turunan mundur:", backward)
print("Turunan pusat:", central)
print("Nilai eksak:", exact)
```

Output

```
Turunan maju: 4.100000000000001
Turunan mundur: 3.9000000000000012
Turunan pusat: 4.000000000000001
Nilai eksak: 4
```

5. Tugas Mandiri

1. Hitung turunan numerik dari fungsi $f(x) = x^3$ pada $x = 1$ dengan ukuran langkah $h = 0{,}1$ menggunakan selisih maju.
2. Hitung kembali menggunakan selisih pusat dan bandingkan hasilnya.
3. Jelaskan pengaruh ukuran langkah $h$terhadap ketelitian hasil diferensiasi numerik.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai penggunaan diferensiasi numerik.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menuliskan langkah perhitungan secara sistematis serta memberikan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh, bukan hanya menyajikan nilai akhir.

Materi 7- Integrasi Numerik

1. **Tujuan Praktikum**

   Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

   a. Menjelaskan konsep integrasi numerik dan kegunaannya.
   b. Menerapkan metode integrasi numerik untuk menghitung nilai integral tertentu.
   c. Menganalisis galat aproksimasi pada integrasi numerik.
   d. Menginterpretasikan hasil integrasi numerik yang diperoleh.

2. **Dasar Teori Singkat**

   Integrasi numerik digunakan untuk mendekati nilai integral suatu fungsi ketika integral analitik sulit atau tidak dapat diperoleh. Pendekatan ini menggantikan daerah di bawah kurva dengan bentuk-bentuk geometri sederhana. Ketelitian hasil dipengaruhi oleh jumlah subinterval dan metode yang digunakan. Metode integrasi numerik yang umum antara lain aturan trapesium dan aturan Simpson. Semakin kecil lebar subinterval, umumnya hasil aproksimasi semakin akurat.

3. **Langkah Praktikum**

   1. Tentukan fungsi yang akan diintegralkan dan batas integrasi.
   2. Tentukan jumlah subinterval atau ukuran langkah.
   3. Pilih metode integrasi numerik yang akan digunakan.
   4. Hitung nilai aproksimasi integral.
   5. Analisis hasil dan galat aproksimasi yang diperoleh.

4. **Contoh**

   Diberikan fungsi

$$f(x) = x^2,$$

   akan dihitung nilai integral tentu

$$\int_0^2 x^2 \; dx$$

   secara numerik menggunakan aturan trapesium dengan 4 subinterval.

Langkah 1: Menentukan ukuran langkah

$$h = \frac{2-0}{4} = 0{,}5.$$

Langkah 2: Menentukan titik-titik evaluasi

$x_0 = 0,\ x_1 = 0{,}5,\ x_2 = 1,\ x_3 = 1{,}5,\ x_4 = 2.$

Nilai fungsi:

$$f(0) = 0, f(0{,}5) = 0{,}25, f(1) = 1, f(1{,}5) = 2{,}25, f(2) = 4.$$

Langkah 3: Menghitung integral numerik

Rumus aturan trapesium:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f\,(x_i) + f(x_n)\right].$$

Substitusi nilai:

$$\int_0^2 x^2\,dx \approx \frac{0{,}5}{2}[0 + 2(0{,}25 + 1 + 2{,}25) + 4].$$

$$= 0{,}25(11) = 2{,}75.$$

Solusi Akhir

Nilai integral tentu $\int_0^2 x^2\,dx$secara numerik adalah:

$$\approx 2{,}75.$$

Sebagai perbandingan, nilai eksaknya adalah:

$$\int_0^2 x^2\,dx = \frac{8}{3} \approx 2{,}67.$$

Interpretasi

Hasil integrasi numerik mendekati nilai eksak, namun masih mengandung galat. Dengan menambah jumlah subinterval atau menggunakan metode integrasi yang lebih tinggi, ketelitian hasil dapat ditingkatkan.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
import numpy as np
# Fungsi
def f(x):
    return x**2
# Batas integral dan jumlah subinterval
a = 0
b = 2
n = 4
# Ukuran langkah
h = (b - a) / n
# Titik-titik x
x = np.linspace(a, b, n+1)
y = f(x)
# Aturan trapesium
I = (h/2) * (y[0] + 2*np.sum(y[1:n]) + y[n])
print("Titik x:", x)
print("Nilai f(x):", y)
print("Hasil integral (Trapesium, n=4):", I)
```

Output

```
Titik x: [0.  0.5 1.  1.5 2. ]
Nilai f(x): [0.   0.25 1.   2.25 4.  ]
Hasil integral (Trapesium, n=4): 2.75
```

5. Tugas Mandiri

1. Hitung nilai integral tentu $\int_1^3 x^2 \, dx$menggunakan aturan trapesium dengan 4 subinterval.
2. Bandingkan hasil integrasi numerik dengan nilai eksaknya.
3. Jelaskan pengaruh jumlah subinterval terhadap ketelitian hasil integrasi numerik.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai penggunaan integrasi numerik.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menuliskan langkah perhitungan secara sistematis serta memberikan interpretasi terhadap hasil integrasi numerik yang diperoleh.

Materi 8- Masalah Nilai Awal Persamaan Diferensial

1. **Tujuan Praktikum**

   Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

   a. Menerapkan metode numerik untuk menyelesaikan masalah nilai awal PDB.

   b. Menyusun langkah iterasi secara sistematis dalam penyelesaian numerik.

   c. Menganalisis hasil aproksimasi solusi PDB yang diperoleh.

2. **Dasar Teori Singkat**

   Masalah nilai awal pada persamaan diferensial biasa dinyatakan dalam bentuk

   $$\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0.$$

   Dalam banyak kasus, solusi analitik PDB sulit atau tidak dapat diperoleh, sehingga diperlukan metode numerik untuk mendapatkan solusi hampiran. Metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai awal PDB adalah metode satu langkah, seperti metode Euler dan variasinya. Metode ini menghasilkan solusi secara bertahap dengan memanfaatkan informasi turunan pada titik sebelumnya.

3. **Langkah Praktikum**

   1. Tentukan bentuk persamaan diferensial dan kondisi awal yang diberikan.
   2. Tentukan interval penyelesaian dan ukuran langkah h.
   3. Pilih metode numerik yang akan digunakan.
   4. Hitung nilai hampiran solusi PDB secara iteratif.
   5. Interpretasikan hasil aproksimasi yang diperoleh.

4. **Contoh**

   Diberikan masalah nilai awal:

   $$\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1.$$

   Akan ditentukan nilai hampiran $y(0,2)$ menggunakan metode Euler dengan ukuran langkah $h = 0,1$.

   <u>Langkah 1: Menentukan rumus iterasi</u>

Metode Euler:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n).$$

Langkah 2: Iterasi

Iterasi 1 ($x_0 = 0, y_0 = 1$):

$$y_1 = 1 + 0{,}1(0 + 1) = 1{,}1.$$

Iterasi 2 ($x_1 = 0{,}1, y_1 = 1{,}1$):

$$y_2 = 1{,}1 + 0{,}1(0{,}1 + 1{,}1) = 1{,}22.$$

Solusi Akhir

Nilai hampiran solusi pada $x = 0{,}2$ adalah:

$$y(0{,}2) \approx 1{,}22.$$

Interpretasi

Metode Euler memberikan solusi hampiran dengan ketelitian yang bergantung pada ukuran langkah h. Semakin kecil nilai h, umumnya hasil aproksimasi semakin mendekati solusi sebenarnya. Namun, metode ini relatif sederhana dan mudah diimplementasikan.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
import numpy as np

# Definisi fungsi
def f(x, y):
    return x + y
# Data awal
x0 = 0
y0 = 1
h = 0.1
n = 2   # karena ingin sampai x = 0.2 (2 langkah)
```

```
x = x0
y = y0
print("Iterasi 0: x =", x, ", y =", y)
# Iterasi Euler
for i in range(1, n+1):
    y = y + h * f(x, y)
    x = x + h
    print(f"Iterasi {i}: x = {x:.1f}, y = {y:.6f}")
print("\nNilai hampiran y(0.2) =", y)
```

Output

```
Iterasi 0: x = 0 , y = 1
Iterasi 1: x = 0.1, y = 1.100000
Iterasi 2: x = 0.2, y = 1.220000
Nilai hampiran y(0.2) = 1.2200000000000002
```

5. Tugas Mandiri

1. Gunakan metode Euler untuk menyelesaikan masalah nilai awal:
   $$\frac{dy}{dx} = y - x, y(0) = 1,$$
   hingga $x = 0{,}2$ dengan $h = 0{,}1$.
2. Tunjukkan langkah iterasi yang dilakukan.
3. Jelaskan pengaruh ukuran langkah terhadap hasil aproksimasi solusi.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai penggunaan metode numerik untuk menyelesaikan masalah nilai awal PDB.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menyajikan proses iterasi secara runtut dan memberikan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh, bukan hanya menyajikan hasil akhir.

Materi 9- Masalah Nilai Batas Persamaan Diferensial

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

a. Menjelaskan perbedaan masalah nilai awal dan masalah nilai batas pada PDB.

b. Menyusun masalah nilai batas PDB dalam bentuk numerik.

c. Menerapkan metode numerik untuk menyelesaikan masalah nilai batas PDB.

d. Menganalisis hasil aproksimasi solusi yang diperoleh.

2. Dasar Teori Singkat

Masalah nilai batas persamaan diferensial biasa adalah masalah PDB yang kondisi batasnya diberikan pada dua titik yang berbeda, misalnya

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, y'), y(a) = \alpha,\ y(b) = \beta.$$

Berbeda dengan masalah nilai awal, solusi masalah nilai batas tidak dapat langsung diperoleh melalui iterasi maju sederhana. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan numerik khusus. Salah satu metode numerik yang umum digunakan adalah metode beda hingga, yaitu dengan mengganti turunan dalam PDB menggunakan pendekatan beda hingga, sehingga diperoleh sistem persamaan linear yang dapat diselesaikan secara numerik.

3. Langkah Praktikum

1. Tentukan persamaan diferensial dan kondisi batas yang diberikan.
2. Tentukan interval dan jumlah titik grid yang digunakan.
3. Aproksimasi turunan dengan rumus beda hingga.
4. Susun sistem persamaan linear dari hasil aproksimasi.
5. Selesaikan sistem persamaan untuk memperoleh solusi hampiran.
6. Interpretasikan hasil solusi yang diperoleh.

4. Contoh

Diberikan masalah nilai batas:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2{,}0 \le x \le 1,$$

dengan kondisi batas:

$$y(0) = 0, y(1) = 0.$$

Akan dicari solusi hampiran menggunakan metode beda hingga dengan satu titik interior.

Langkah 1: Menentukan titik grid

Dipilih titik:

$$x_0 = 0, x_1 = 0{,}5, x_2 = 1,$$

dengan ukuran langkah:

$$h = 0{,}5.$$

Langkah 2: Aproksimasi turunan kedua

Pendekatan beda hingga:

$$\frac{d^2y}{dx^2} \approx \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2}.$$

Untuk titik interior x_1:

$$\frac{y_0 - 2y_1 + y_2}{(0{,}5)^2} = -2.$$

Substitusi kondisi batas $y_0 = 0,\ y_2 = 0$:

$$\frac{-2y_1}{0{,}25} = -2.$$

Langkah 3: Menentukan solusi

$$-8y_1 = -2 \Rightarrow y_1 = 0{,}25.$$

Solusi Akhir

Solusi hampiran masalah nilai batas tersebut adalah:

$$y(0) = 0, y(0{,}5) = 0{,}25, y(1) = 0.$$

Interpretasi

Metode beda hingga mengubah masalah nilai batas PDB menjadi sistem persamaan aljabar yang dapat diselesaikan secara numerik. Ketelitian solusi bergantung pada jumlah titik grid yang digunakan. Semakin banyak titik grid, umumnya solusi numerik semakin mendekati solusi sebenarnya.

Praktikum dengan Aplikasi

Mahasiswa dapat menggunakan aplikasi komputasi Python (Google Colab/Jupyter Notebook) dengan library Numpy, yang menyediakan fungsi untuk menghitung akar-akar polinomial secara numerik.

Input

```
import numpy as np
# Parameter grid (1 titik interior => 3 titik total)
a, b = 0.0, 1.0
n = 2                   # jumlah subinterval = 2
h = (b - a) / n         # h = 0.5
# Titik grid
x = np.linspace(a, b, n+1)  # [0, 0.5, 1]
# Kondisi batas
y0 = 0.0
y2 = 0.0
# Persamaan beda hingga di titik interior x1:
# (y0 - 2*y1 + y2)/h^2 = -2  =>  -2*y1 = -2*h^2 - (y0 + y2)
A = np.array([[-2.0]])
rhs = np.array([-2.0 * h**2 - (y0 + y2)])
# Solusi y1
y1 = np.linalg.solve(A, rhs)[0]
print("Titik grid x:", x)
print("Solusi hampiran:")
print("y(0)   =", y0)
print("y(0.5) =", y1)
print("y(1)   =", y2)
```

Output

```
Titik grid x: [0.  0.5 1. ]
Solusi hampiran:
y(0)   = 0.0
y(0.5) = 0.25
y(1)   = 0.0
```

5. Tugas Mandiri

1. Selesaikan masalah nilai batas berikut dengan metode beda hingga:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -1, 0 \le x \le 1,$$

dengan kondisi batas:

$$y(0) = 0, y(1) = 1,$$

menggunakan dua titik interior.

2. Susun sistem persamaan linear yang diperoleh.
3. Tentukan solusi hampiran di setiap titik grid.
4. Tuliskan kesimpulan singkat mengenai penyelesaian masalah nilai batas PDB secara numerik.

Catatan

Mahasiswa diharapkan menyajikan penyusunan sistem persamaan dan penyelesaiannya secara runtut, serta memberikan interpretasi terhadap solusi numerik yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

Imron, C. 2023. *BMP MATA4213 Metode Numerik*. Tangerang Selatan, Universitas Terbuka

Sauer, T. 2018. *Numerical Analysis* (3rd ed.). Boston: Pearson.