

PANDUAN PRAKTIKUM
MATA4343 RISET OPERASIONAL I



PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS TERBUKA
2023

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmat dan karunia-Nya Panduan Praktikum Mata Kuliah MATA4343 Riset Operasional I ini dapat disusun dan diselesaikan dengan baik. Panduan praktikum ini disusun sebagai penunjang pembelajaran mata kuliah Riset Operasional I pada Program Studi Matematika Universitas Terbuka.

Panduan praktikum ini dirancang untuk membantu mahasiswa dalam memahami dan mengimplementasikan konsep-konsep dasar pemodelan riset operasi, pemrograman tak linear, masalah transportasi dan masalah penugasan, pemrograman linear integer, pemrograman konveks, pemrograman kuadratik dan pemrograman geometrik, pengambilan keputusan multikriteria, dan pemrograman dinamik menggunakan Exscel Solver. Melalui panduan ini, mahasiswa diharapkan mampu mengaitkan konsep teoritis yang dipelajari dalam bahan ajar dengan keterampilan praktis yang diperlukan dalam komputasi matematika.

Penyusunan panduan praktikum ini mengacu pada silabus dan bahan ajar mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I yaitu BMP MATA4303 Riset Operasi, serta disesuaikan dengan karakteristik pembelajaran di Universitas Terbuka yang menekankan kemandirian belajar mahasiswa. Oleh karena itu, panduan ini disusun secara sistematis, operasional, dan mudah diikuti agar dapat digunakan secara efektif dalam kegiatan praktikum mandiri.

Kami menyadari bahwa panduan praktikum ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan masukan yang bersifat konstruktif sangat diharapkan untuk penyempurnaan panduan ini di masa mendatang. Akhir kata, semoga panduan praktikum ini dapat memberikan manfaat bagi mahasiswa dan dosen dalam mendukung pencapaian tujuan pembelajaran mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I.

Tangerang Selatan, Desember 2023

Ketua Program Studi Matematika
Universitas Terbuka



Dra. Asmara Iriani Tarigan, M.Si.
NIP. 196601011997032001

BAB I

PENDAHULUAN

A. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I membahas tentang beberapa model riset operasi utama dan teknik penyelesaiannya. Materi yang dibahas pada mata kuliah ini mencakup pemodelan riset operasi, pemrograman tak linear, masalah transportasi dan masalah penugasan, pemrograman linear integer, pemrograman konveks, pemrograman kuadratik dan pemrograman geometrik, pengambilan keputusan multikriteria, pemrograman dinamik, dan penggunaan excel Solver untuk menyelesaikan masalah pemrograman matematik. Melalui mata kuliah ini, mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah nyata yang berhubungan dengan perencanaan dan pengambilan keputusan berbagai model pemrograman matematik deterministik secara analitik maupun secara numerik menggunakan Solver. Bahan ajar yang digunakan adalah MATA4303 Riset Operasi (Edisi 1).

B. Latar Belakang

Mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I merupakan mata kuliah yang membekali mahasiswa dengan kemampuan memodelkan, menganalisis, dan menyelesaikan permasalahan nyata yang berkaitan dengan perencanaan dan pengambilan keputusan secara sistematis dan kuantitatif. membahas berbagai model utama dalam riset operasi beserta teknik penyelesaiannya, meliputi pemodelan riset operasi, pemrograman tak linear, masalah transportasi dan penugasan, pemrograman linear integer, pemrograman konveks, pemrograman kuadratik dan pemrograman geometrik, pengambilan keputusan multikriteria, serta pemrograman dinamik. Selain itu, mahasiswa juga dibekali kemampuan penyelesaian masalah secara numerik dengan memanfaatkan perangkat lunak, khususnya Excel Solver.

Capaian pembelajaran mata kuliah ini menuntut mahasiswa tidak hanya memahami konsep dan metode secara teoretis, tetapi juga mampu menerapkannya untuk menyelesaikan permasalahan nyata secara analitik maupun komputasional. Oleh karena itu, kegiatan praktikum menjadi sarana penting untuk menjembatani kesenjangan antara teori dan aplikasi, sekaligus menumbuhkan keterampilan berpikir kritis, analitis, dan komputasional.

Dalam pelaksanaannya, kegiatan praktikum memerlukan panduan yang sistematis, terstruktur, dan selaras dengan materi perkuliahan agar tujuan pembelajaran dapat tercapai secara optimal. Tanpa adanya panduan praktikum yang baku, proses praktikum berpotensi berjalan tidak seragam, kurang efektif, dan belum sepenuhnya mendukung pencapaian kompetensi yang diharapkan. Oleh sebab itu, penyusunan panduan praktikum mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I menjadi acuan bagi dosen dan mahasiswa dalam melaksanakan praktikum secara sistematis, terarah, dan terintegrasi dengan materi perkuliahan.

Panduan praktikum ini disusun untuk melengkapi bahan ajar utama BMP MATA4303 Riset Operasi (Edisi 1) dengan menekankan pada langkah-langkah pemodelan, prosedur penyelesaian, penggunaan Excel Solver, serta analisis dan interpretasi hasil. Melalui panduan ini, diharapkan pelaksanaan praktikum dapat berlangsung secara efektif, terstandar, dan berorientasi pada capaian pembelajaran, sehingga mahasiswa mampu menguasai konsep dan keterampilan riset operasional secara utuh serta siap menerapkannya dalam konteks profesional maupun penelitian.

C. Tujuan Mata Kuliah

Tujuan mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I adalah membekali mahasiswa agar mampu:

1. menjelaskan model optimisasi;
2. menjelaskan pemrograman linear;
3. menjelaskan masalah transportasi;
4. menjelaskan masalah penugasan;
5. menjelaskan model optimisasi dan pemrograman linear;
6. menjelaskan masalah transportasi dan masalah penugasan;
7. menjelaskan pemrograman integer;
8. menjelaskan teori permainan;
9. menjelaskan pemrograman non linear;
10. menjelaskan pemrograman kuadratik dan pemrograman terpisahkan;
11. menjelaskan masalah optimisasi dalam jaringan;
12. menjelaskan masalah antrean;

13. menentukan penyelesaian masalah pemrograman integer dan teori permainan;
14. menentukan penyelesaian masalah pemrograman non linear, pemrograman kuadratik, dan pemrograman terpisahkan; dan
15. menentukan penyelesaian masalah optimisasi dan masalah antrean.

D. Tujuan Panduan

Panduan Praktikum Riset Operasional I ini disusun dengan tujuan untuk:

1. memberikan petunjuk praktis dan sistematis dalam pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I;
2. membantu mahasiswa belajar secara mandiri sesuai karakteristik pendidikan jarak jauh Universitas Terbuka;
3. mengarahkan mahasiswa dalam mengimplementasikan konsep teoritis ke dalam praktik penggunaan perangkat lunak Excel Solver; serta
4. menjadi acuan pelaksanaan dan penilaian kegiatan praktikum.

E. Capaian Mata Kuliah

Setelah mengikuti pembelajaran dan praktikum mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I, mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah nyata yang berhubungan dengan perencanaan dan pengambilan keputusan berbagai model pemrograman matematik deterministik secara analitik maupun secara numerik menggunakan Solver. Capaian ini mendukung pencapaian CPL Program Studi, khususnya terkait penguasaan prinsip-prinsip matematika pada bidang riset operasi, kemampuan berpikir logis, komputasional, dan pemecahan masalah matematis.

F. Modus Pelaksanaan Praktikum

Kegiatan praktikum mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I dilaksanakan secara mandiri oleh mahasiswa dan terbimbing melalui tutorial online. Praktikum secara mandiri artinya kegiatan praktikum dilakukan oleh mahasiswa di tempatnya masing-masing dengan mengikuti panduan praktikum yang disediakan. Mahasiswa akan mendapatkan bimbingan dari dosen/tutor melalui tutorial online dengan memanfaatkan forum diskusi dan mengerjakan tugas yang diberikan.

G. Sumber Materi

Dalam proses pelaksanaan praktikum mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I, mahasiswa perlu memperkaya wawasan baik teori maupun teknis yang digunakan sebagai dasar dalam penyelesaian tugas–tugas praktikum. Beberapa referensi yang digunakan sebagai bahan belajar diantaranya:

- 1) BMP MATA4303 Riset Operasi, T. Bakhtiar dan F. Hanum. 2022. Tangerang Selatan, Universitas Terbuka.
- 2) Lew, A. & Mauch, H. 2007. *Dynamic programming: A computational tool*. Berlin, DE: Springer-Verlag.

BAB II

KEGIATAN PRAKTIKUM

Materi praktikum telah dijelaskan dalam bahan ajar mata kuliah MATA4343 Riset Operasional I, yaitu BMP MATA4303 Riset Operasi yang ditulis oleh T. Bakhtiar dan F. Hanum. Mahasiswa dapat mengakses materi praktikum dengan membaca BMP cetak atau digital. Berikut ini daftar materi praktikum mata kuliah Riset Operasional I.

Tabel 1. Daftar Materi Praktikum Mata Kuliah MATA4343 Riset Operasional I

No	Materi	Sub Materi	Referensi
1	Pengaktifan Solver dan Menyiapkan <i>Spreadsheet</i>	1) Mengaktifkan solver 2) Menyiapkan <i>spreadsheet</i>	Modul 2 KB 1 dan 2
2	Bekerja dengan Solver	1) Menjalankan solver 2) Menginterpretasikan hasil	Modul 2 KB 1
3	Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Solver	1) Model penugasan 2) Petunjuk penyelesaian dengan solver	Modul 3 KB 2

Materi 1-Pengaktifan Solver dan Penggunaannya dalam Spreadsheet

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

- a. mengaktifkan add-in Solver dari Microsoft Excel;
- b. menyiapkan *spreadsheet* untuk Solver.

2. Dasar Teori Singkat

Solver merupakan *add-in*, yaitu istilah yang dipakai Microsoft untuk merujuk pada komponen, fasilitas, atau program yang ditambahkan ke program utama, dalam hal ini Excel, untuk meningkatkan kemampuan dan manfaatnya. Solver yang dikembangkan oleh perusahaan pengembang Frontline Systems merupakan *add-in* bawaan Excel. Secara *default*, *add-in* Solver langsung tersedia di Excel hanya saja kadang perlu diaktifkan terlebih dahulu agar dapat digunakan.

Fasilitas Solver dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah Persamaan Linear (PL) dan Pertidaksamaan Linear (PTL), serta masalah pemrograman matematik dengan variabel keputusan (*decision variables*) berupa bilangan bulat atau biner $\{0,1\}$. Bentuk baku masalah PL dua variabel x dan y dapat dituliskan sebagai berikut (untuk masalah maksimisasi):

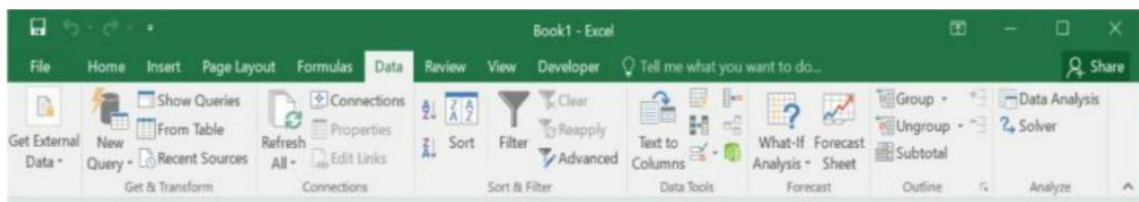
$$\begin{aligned} \max_{x,y} Z &= c_1x + c_2y \\ a_{11}x + a_{12}y &\leq b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y &\leq b_2 \\ x, y &\geq 0, \end{aligned} \tag{1}$$

dengan Z merupakan nilai fungsi objektif. Masalah PL juga mencakup masalah minimisasi (melibatkan kendala pertaksamaan \geq atau $=$) dan melibatkan variabel keputusan x dan y yang tidak harus bernilai tak-negatif.

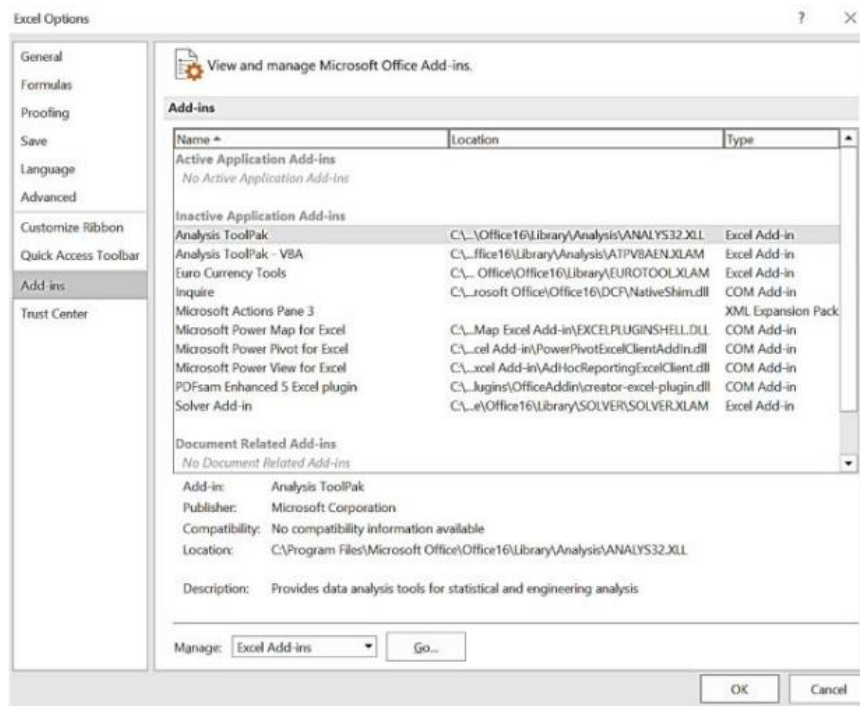
3. Langkah Praktikum (Aktivasi Solver)

1. Untuk mengaktifkan Solver, ikuti langkah-langkah berikut.
 - a. Periksa di tab **Data** dan di ribbon **Analyze**. Jika ikon Solver sudah ada, maka Solver sudah aktif dan siap digunakan.

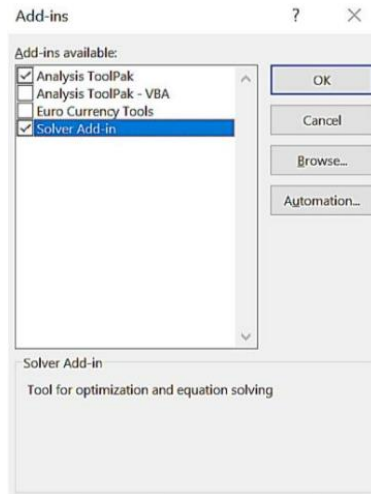
- b. Jika ikon Solver tidak ada, maka *add-in* Solver perlu diaktifkan melalui langkah-langkah berikut.
- i. Dari tab **File**, pilih submenu **Options** sehingga muncul jendela **Excel Options**, lalu pilih *Add-Ins*.
 - ii. Di bagian bawah, pilih *Manage: Excel Add-Ins* lalu klik tombol Go. Langkah ini dapat juga dilakukan melalui tab **Developer** > **Add-Ins**.
 - iii. Pilih solver *Add-Ins* lalu klik tombol OK. Solver sudah diaktifkan.
 - iv. Periksa kembali tab **Data** > **Analyze**, lalu pastikan ikon solver sudah muncul.



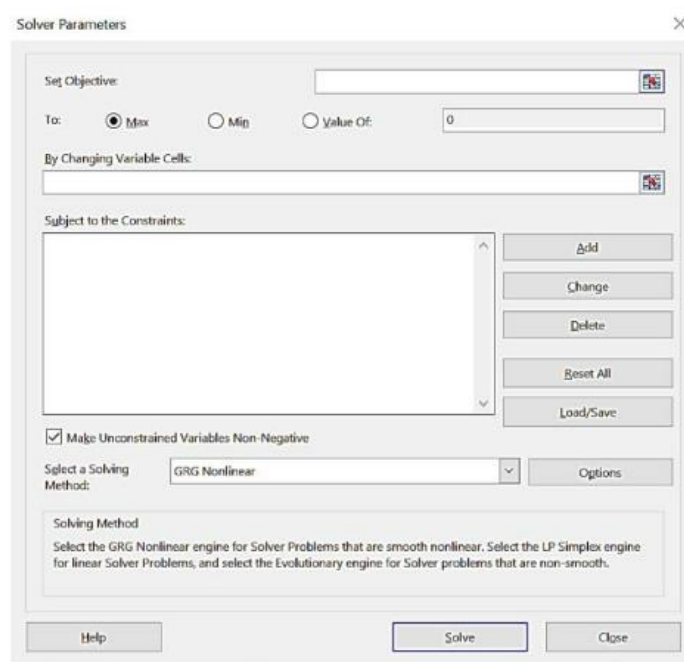
Gambar 1. Tab Data dan Ribon Analyze pada Excel (ikon Solver terletak paling kanan)



Gambar 2. Jendela Excel Options pada Tab Add-Ins



Gambar 3. Jendela *Add-Ins*



Gambar 4. Jendela *Solver Parameters*

2. Menyiapkan *Spreadsheet*

Ada empat langkah persiapan untuk menyelesaikan masalah pemrograman menggunakan Solver.

- a. Mempersiapkan data yang berkaitan dengan masalah pemrograman atau model yang akan diselesaikan. Data yang perlu dipersiapkan dalam bentuk *spreadsheet* adalah koefisien pada fungsi objektif c_1 dan c_2 seperti pada model (1), koefisien pada fungsi kendala a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , serta nilai pada ruas kanan fungsi kendala b_1 dan b_2 .

- b. Menempatkan nilai (tebakan awal) variabel keputusan pada sel-sel berdekatan sehingga mudah di-blok.
- c. Menuliskan ekspresi fungsi objektif dalam bentuk formula Excel di sebuah sel pada *spreadsheet*.
- d. Menyusun fungsi-fungsi kendala sedemikian sehingga:
 - i. ruas kiri fungsi kendala hanya melibatkan variabel keputusan, sedangkan ruas kanan hanya berupa konstanta,
 - ii. fungsi kendala sebaiknya dikelompokkan berdasarkan bentuknya, yaitu pertidaksamaan (\leq, \geq) dan persamaan ($=$), sehingga mudah dimuat di Solver.
 Fungsi-fungsi kendala tersebut kemudian dituliskan dalam bentuk formula Excel di beberapa sel pada *spreadsheet*.

4. Contoh 1 (Pembuatan *Spreadsheet* dari Masalah Pemanfaatan Lahan)

Masalah

Seorang mahasiswa yang terjun dalam bidang Agribisnis mengelola lahan pertanian seluas 18 hektare. Ia bermaksud menanam lahan tersebut dengan padi atau jagung. Setiap hektare lahan yang ditanami padi memberikan keuntungan Rp 4.000.000,00 dan setiap hektare jagung memberikan keuntungan Rp 3.000.000,00. Lahan padi memerlukan jam kerja sebanyak 60 jam/hektare sedangkan jagung 40 jam/hektare. Selain itu, lahan padi memerlukan pupuk 5 kuintal/hektare sedangkan jagung 2 kuintal/hektare. Tersedia 1000 jam kerja dan 120 kuintal pupuk. Mahasiswa tersebut ingin menentukan pemanfaatan lahan yang memaksimalkan keuntungan.

Formulasi Model

1. Variabel keputusan

x : luas lahan yang ditanami padi (hektare)

y : luas lahan yang ditanami jagung (hektare)

2. Fungsi objektif

$$Z := 4x + 3y$$

3. Kendala

- Ketersediaan jam kerja

$$60x + 40y \leq 1000$$

- Ketersediaan pupuk

$$5x + 2y \leq 120$$

- Ketersediaan lahan

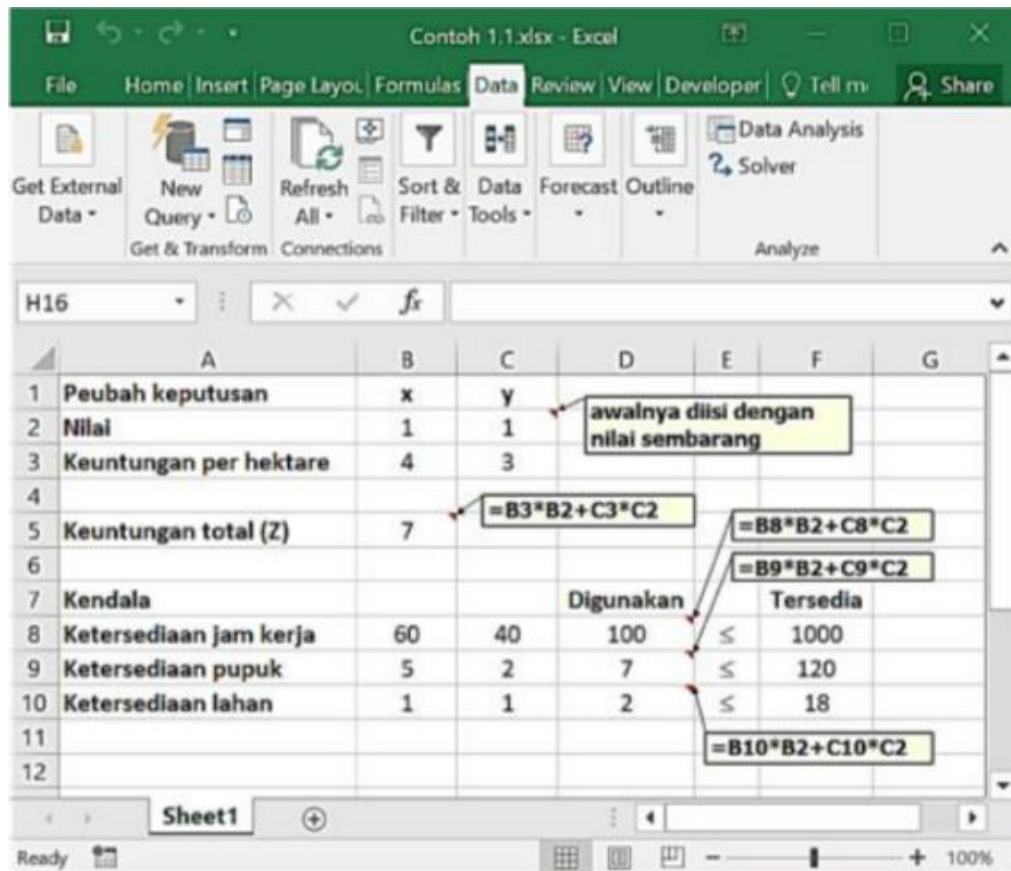
$$x + y \leq 18$$

- Ketakegatifan

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0.$$

Model Spreadsheet



Gambar 5. Model Spreadsheet Pemanfaatan Lahan Contoh 1

Variabel keputusan : B2:C2

Fungsi objektif : B5 = B3*B2 + C3*C2 maksimumkan

Fungsi kendala : D8:D10 <= F8:F10

B2:C2 >= 0 (kendala ketaknegatifan, dapat ditangani dengan ceklis opsi Make Unconstrained Variables Non-Negative)

Metode solusi : Simpleks LP

5. Tugas Mandiri

Masalah:

UT Electric Company merupakan perusahaan manufaktur ternama yang khusus memproduksi berbagai barang elektronik. Baru-baru ini perusahaan menerima pesanan tiga model produk elektronik dari pelanggan luar negeri. Pelanggan tersebut memesan 3.000 unit Model 1, 2.000 unit Model 2, dan 900 unit Model 3.

Ketiga model tersebut berbeda dalam hal curahan waktu proses produksi, yaitu pemasangan mikrokabel dan perakitan. Setiap unit Model 1 memerlukan 2 jam pemasangan mikrokabel dan 1 jam perakitan, Model 2 membutuhkan 1,5 jam pemasangan mikrokabel dan 2 jam perakitan, sedangkan Model 3 masing-masing 3 jam dan 1 jam. Untuk memenuhi pesanan, mesin produksi UT Electric Company hanya memiliki kapasitas 10.000 jam pemasangan mikrokabel dan 5.000 jam perakitan. Biaya produksi Model 1, Model 2, dan Model 3 ialah USD50, USD83, dan USD130 per unit, berturut-turut. Namun demikian perusahaan dapat melakukan subkontrak pesanan ke perusahaan mitra dengan biaya yang lebih mahal, yaitu USD61, USD97, dan USD145 per unit untuk Model 1, Model 2, dan Model 3.

UT Electric Company ingin menentukan banyaknya barang elektronik Model 1, Model 2, dan Model 3 yang harus diproduksi sendiri dan yang harus dibeli dari mitra sedemikian sehingga meminimumkan biaya. Formulasikan masalah ini dalam bentuk model aljabar, implementasikan ke model *spreadsheet*, dan tentukan solusi optimum menggunakan Solver.

Materi 2-Bekerja dengan Solver

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

- mengimplementasikan model *spreadsheet* ke dalam Solver;
- menjalankan Solver untuk mendapatkan solusi optimum; dan
- menginterpretasikan solusi optimum yang diberikan Solver.

2. Dasar Teori Singkat

Perhatikan kembali Contoh 1 (Pembuatan *Spreadsheet* dari Masalah Pemanfaatan Lahan) pada Materi 1. Variabel keputusan, fungsi objektif, dan fungsi kendala dari masalah tersebut dipadankan dengan sel-sel padanannya pada *spreadsheet* seperti ditunjukkan pada gambar-gambar berikut.

Variabel keputusan:	x	y
	↓	↓
Sel <i>spreadsheet</i> :	B2	C2

Gambar 6. Hubungan antara Variabel Keputusan pada Model Aljabar dan Sel-Sel Padanannya pada Model *Spreadsheet* Contoh 1

Fungsi objektif aljabar:	4	x	$+$	3	y
	↓	↓		↓	↓
Formula pada sel B5:	$=B3*B2 + C3*C2$				

Gambar 7. Hubungan antara Fungsi Objektif pada Model Aljabar dan Sel-Sel yang Padanannya pada Model *Spreadsheet* Contoh 1

Ruas kiri kendala ketersediaan jam kerja	:	60	x +	40	y
		↓	↓	↓	↓
Formula pada sel D8	:	=B8*B2 + C8*C2			
Ruas kiri kendala ketersediaan pupuk	:	5	x +	2	y
		↓	↓	↓	↓
Formula pada sel D9	:	=B9*B2 + C9*C2			
Ruas kiri kendala ketersediaan lahan	:	1	x +	1	y
		↓	↓	↓	↓
Formula pada sel D10	:	=B10*B2 + C10*C2			

Gambar 8. Hubungan antara Fungsi Kendala pada Model Aljabar dan Sel-Sel yang Padanannya pada Model *Spreadsheet* Contoh 1

Gambar 8 menjelaskan cara menuliskan formula ruas kiri fungsi kendala satu demi satu. Fasilitas salin dan tempel (*copy and paste*) yang disediakan Excel dapat digunakan untuk menuliskan formula dengan serentak dan lebih cepat. Untuk itu cara penulisan formula pada sel D8 sebaiknya dimodifikasi menjadi seperti berikut.

Formula di sel D8: = B8*\$B\$2+C8*\$C\$2.

Karakter \$ pada \$B\$2 dan \$C\$2 akan mengunci baris dan kolom sel B2 dan C2, sehingga ketika formula tersebut disalin dan ditempel di sel lain, isi kedua sel tersebut sebagai referensi tidak berubah. Berikut langkah-langkahnya:

1. Tulis formula di sel D8 sebagai = B8*\$B\$2+C8*\$C\$2.
2. Letakkan kursor pada sel D8 lalu tekan tombol **Copy** pada tab **Home > Clipboard** atau cukup tekan Ctrl+C.
3. Blok sel D9:D10, lalu pada tab **Home > Clipboard** tekan tombol **Paste** atau cukup tekan Ctrl+V.

3. Langkah Praktikum

A. Menjalankan Solver

1. Simpan (*Save*) model *spreadsheet* sebagai sebuah berkas (*file*) Excel.
2. Dari DATA > Analyze, klik ikon Solver sehingga muncul jendela Solver Parameters.
3. Letakkan kursor pada kotak Set Objective. Hapus semua isinya, jika ada. Selanjutnya klik sel pada *spreadsheet* tempat meletakkan fungsi objektif, yaitu sel B5. Pada kotak Set Objectives kini terisi dengan \$B\$5 (karakter \$ otomatis ditambahkan oleh Solver).

4. Pilih Max pada pilihan To.
5. Letakkan kursor pada kotak By Changing Variable Cells, lalu blok sel B2:B3 pada *spreadsheet* tempat nilai variabel keputusan diletakkan. Kotak tersebut akan terisi dengan \$B\$2:\$C\$2.
6. Untuk menambahkan fungsi kendala, klik tombol Add di sebelah kanan kotak Subject to the Constraints sehingga muncul jendela Add Constraint.
7. Pada kotak Select a Solving Method, pilih Simpleks LP.
8. Klik tombol Solve dan solver mulai bekerja. Di bagian bawah jendela tertulis **Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied**, yang menunjukkan solver telah menemukan solusi optimum dan semua kendala serta kondisi optimalitas terpenuhi.
9. Setujui pilihan *defaults* (Keep Solver Solution) lalu klik tombol OK. Jendela kembali ke model *spreadsheet* dengan beberapa sel telah berubah nilainya.

B. Menginterpretasikan Hasil

	A	B	C	D	E	F
1	Peubah keputusan	x	y			
2	Nilai	14	4			
3	Keuntungan per hektare	4	3			
4						
5	Keuntungan total (Z)	68				
6						
7	Kendala			Digunakan	Tersedia	
8	Ketersediaan jam kerja	60	40	1000	≤	1000
9	Ketersediaan pupuk	5	2	78	≤	120
10	Ketersediaan lahan	1	1	18	≤	18
11						

Gambar 9. Model *Spreadsheet* Setelah Proses Pencarian Solusi pada Contoh 1

1. $x = 14$ dan $y = 4$ merupakan solusi optimum. Dengan demikian, luas lahan yang harus ditanami padi ialah 14 hektare dan ditanami jagung 4 hektare.
2. $Z = 68$ merupakan keuntungan maksimum yang mungkin dicapai.
3. Sel D8 = 1.000 menunjukkan bahwa 14 hektare lahan padi dan 4 hektare lahan jagung membutuhkan jam kerja total 1.000 jam.

4. Sel $D9 = 78$ bermakna bahwa 14 hektare lahan padi dan 4 hektare lahan jagung hanya membutuhkan 78 kuintal pupuk, sehingga persediaan pupuk masih tersisa sebanyak $120 - 78 = 42$ kuintal.

4. Tugas Mandiri

Gunakan Solver untuk menentukan solusi optimum masalah pemrograman berikut. Interpretasikan hasil yang diperoleh!

Masalah:

UT Woodstock, sebuah produsen peralatan rumah tangga, memproduksi dua tipe kursi, yaitu Country dan City, menggunakan tiga jenis mesin, yaitu *router*, *sander*, dan *polisher*. Kursi Country membutuhkan proses selama 2 jam di mesin *router*, 3 jam di mesin *sander*, dan 3 jam di mesin *polisher*. Adapun kursi City berturut-turut membutuhkan 2 jam, 5 jam, dan 1 jam. Mesin *router* memiliki kapasitas waktu proses 1.000 jam, mesin *sander* 1.800 jam, dan mesin *polisher* 1.500 jam. Manajemen perusahaan memiliki kebijakan bahwa setidaknya 20% kursi yang dibuat bertipe Country dan sedikitnya 30% kursi yang diproduksi bertipe City. Dengan harga satuan kursi Country Rp 350.000,00 dan kursi City Rp 450.000,00, UT Woodstock ingin memaksimalkan total pemasukan.

Materi 3-Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Solver

1. Tujuan Praktikum

Setelah mengikuti praktikum ini, mahasiswa mampu:

- memformulasikan masalah penugasan dalam bentuk model aljabar dan *spreadsheet*;
- menggunakan Solver untuk mencari solusi optimum masalah penugasan.

2. Dasar Teori Singkat

Model penugasan termasuk dalam kategori model jaringan dan dari sudut formulasi merupakan bentuk khusus model transportasi di mana pengambil keputusan ingin melakukan pemadanan satu-satu antara titik pasokan dan titik permintaan. Variabel keputusan x_{ij} dituliskan dalam bentuk **variabel keputusan biner** (*binary decision variable*) berikut.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika pekerja } i \text{ menangani pekerjaan } j \\ 0 & \text{jika pekerja } i \text{ tidak menangani pekerjaan } j \end{cases}$$

dengan $i, j = 1, 2, \dots, n$. Dengan definisi di atas, model aljabar masalah penugasan diformulasikan sebagai berikut.

- Fungsi objektif, yaitu meminimumkan total biaya penugasan:

$$\min_{x_{ij}} Z := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

dengan c_{ij} merupakan biaya penugasan.

- Kendala bahwa setiap pekerja hanya menangani satu pekerjaan:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n.$$

- Kendala bahwa setiap pekerjaan hanya ditangani oleh satu pekerja:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n.$$

- Kendala biner:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n.$$

3. Langkah Praktikum

A. Pemodelan Penugasan

Contoh masalah:

UT Development melelang 4 proyek pengadaan barang dan 3 perusahaan rekanan memasukkan penawaran dengan nilai (dalam juta rupiah) diberikan pada Tabel 2 di bawah. Berdasarkan pertemuan pihak UT dan perusahaan rekanan, disepakati syarat-syarat berikut.

- Satu proyek hanya dapat dikerjakan oleh satu perusahaan.
- Perusahaan 1 sebanyak-banyaknya dapat menangani tiga proyek.
- Perusahaan 2 sebanyak-banyaknya dapat menangani dua proyek.
- Perusahaan 3 sebanyak-banyaknya dapat menangani satu proyek.

Ingin ditentukan pemenang lelang dengan total biaya minimum.

Tabel 2. Tabel Parameter Model Penugasan UT Development

Perusahaan	Biaya (puluh juta rupiah)			
	Proyek			
	1	2	3	4
1	8	9,5	5	4
2	8	x	5,1	4
3	8,2	9	x	3,8

x: perusahaan tidak menawar proyek tersebut.

Variabel keputusan biner didefinisikan sebagai berikut.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1: & \text{jika pekerja } i \text{ menangani pekerjaan } j \\ 0: & \text{jika pekerja } i \text{ tidak menangani pekerjaan } j \end{cases}$$

dengan indeks $i = 1,2,3$ dan $j = 1,2,3,4$. Karena perusahaan 2 tidak mengerjakan proyek 2 dan perusahaan 3 tidak mengerjakan proyek 3, kita dapat 'mengakali'-nya dengan menetapkan biaya yang cukup tinggi terhadap pasangan (2,2) dan (3,3). Contoh, kita tetapkan $c_{22} = c_{33} = 100$ (cukup besar) untuk dituliskan dalam *spreadsheet*.

B. Pembuatan *Spreadsheet*

Tabel parameter					
Biaya (puluh juta rupiah)					
Proyek					
Perusahaan	Proyek 1	Proyek 2	Proyek 3	Proyek 4	Jumlah
Perusahaan 1	8	9.5	5	4	3
Perusahaan 2	8	100	5.1	4	2
Perusahaan 3	8.2	9	100	3.8	1
Jumlah	1	1	1	1	

Variabel keputusan					
Perusahaan	Proyek 1	Proyek 2	Proyek 3	Proyek 4	SUM
Perusahaan 1	1	1	1	1	4
Perusahaan 2	1	1	1	1	4
Perusahaan 3	1	1	1	1	4
SUM	3	3	3	3	3

Fungsi objektif	
Z	264.6

Gambar 10. Model *Spreadsheet* Masalah Penugasan UT Development

C. Solusi Optimum Solver

Variabel keputusan : B12:E14

Fungsi objektif : B18 = SUMPRODUCT(B5:E7,B12:E14)

minimumkan

Fungsi kendala : F12:F14 <= F5:F7

B15:E15 = B8:E8

B12:E14 biner

Metode solusi : Simpleks LP

Solusi optimum yang diberikan solver ialah $x_{11}^* = x_{13}^* = x_{14}^* = x_{32}^* = 1$ dan $x_{ij}^* = 0$ untuk i dan j lainnya, serta $Z^* = 26$. Dengan demikian perusahaan 1 menangani 3 proyek, yaitu proyek 1, proyek 3, dan proyek 4, perusahaan 3 menangani 1 proyek, yaitu proyek 2, sedangkan perusahaan 2 tidak mengerjakan proyek sama sekali. Dibutuhkan total biaya Rp 260.000.000,00.

4. Tugas Mandiri

Contoh Masalah Penugasan:

UT Library ingin membeli sejumlah buku teks dari penerbit-penerbit ternama, yaitu Blackwell, Dover, Springer, dan Wiley. Kegiatan tersebut kemudian direalisasikan dalam bentuk 4 proyek pengadaan barang. Ada 3 perusahaan rekanan, yaitu Aksara, Fontaine, dan Kusuma, yang memasukkan penawaran lelang. Setiap perusahaan memiliki kerja sama yang berbeda dengan para penerbit buku sehingga masing-masing menjanjikan waktu pengadaan buku yang berbeda seperti diberikan pada tabel di bawah ini. Berdasarkan pertemuan pihak UT Library dan perusahaan rekanan, disepakati syarat-syarat berikut.

- Satu proyek pengadaan buku hanya dapat dikerjakan oleh satu perusahaan.
- Aksara sebanyak-banyaknya dapat menangani dua proyek.
- Fontaine sebanyak-banyaknya dapat menangani tiga proyek.
- Kusuma sebanyak-banyaknya dapat menangani satu proyek.
- Karena belum memiliki kerja sama, Aksara tidak berminat mengadakan buku terbitan Blackwell dan Kusuma tidak berminat mengadakan buku terbitan Wiley.

Tabel 3. Tabel Parameter Model Penugasan UT Development

Perusahaan	Waktu Pengadaan (hari)			
	Penerbit			
	Blackwell	Dover	Springer	Wiley
Aksara	x	93	50	40
Fontaine	80	95	51	41
Kusuma	82	90	50	x

x: perusahaan tidak menawar proyek tersebut.

Ingin ditentukan pemenang lelang untuk setiap proyek dengan total waktu pengadaan minimum.

- Formulasikan masalah di atas dalam model aljabar!
- Buatlah model *spreadsheet* dan gunakan Solver untuk menentukan solusi optimum!

DAFTAR PUSTAKA

BMP MATA4303 Riset Operasi, T. Bakhtiar dan F. Hanum. 2022. Tangerang Selatan, Universitas Terbuka.

Lew, A. & Mauch, H. 2007. *Dynamic programming: A computational tool*. Berlin, DE: Springer-Verlag.